

ValutazionePensione

da wikipedia

Lista secondo il [CIA World Factbook](#) (stime 2014)

Posiz.	Posiz. membri totale ONU	Paese	Aspettativa alla nascita	Aspettativa uomini	Aspettativa donne
1	1	 Monaco	90	85,66	93,64
2	2	 Giappone	85,46	82,13	88,99
3	3	 Italia	84,84	83,80	85,82
4	4	 San Marino	84,58	83,14	85,84
	5	 Macao ( Cina)	84,08	81,22	87,49
5	6	 Singapore	84,08	81,86	87,07
	7	 Hong Kong	82,78	80,18	85,71
6	8	 Andorra	82,65	80,51	84,92
7	9	 Svizzera	82,39	80,10	84,81
	10	 Guernsey	82,39	79,72	85,20
8	11	 Australia	82,07	79,63	84,64
9	12	 Svezia	81,89	80,03	83,87
10	13	 Liechtenstein	81,68	79,52	84,40
11	14	 Canada	81,67	79,07	84,42
12	15	 Francia	81,66	78,55	84,91

Tavole di mortalità della popolazione residente - Ripartizione: Italia - Maschi e femmine - Anno: 2016

Età	Sopravvivenza	Decessi	Probabilità di morte (per mille)	Anni vissuti	Probabilità prospettive di sopravvivenza	Speranza di vita	
0	100000	299	2.99328	99718	0.9997275	82.751	82.751
1	99701	19	0.1908	99691	0.9998304	81.998	82.998
2	99682	15	0.14834	99674	0.9998682	81.013	83.013
3	99667	11	0.11525	99661	0.9998965	80.025	83.025
4	99655	9	0.09178	99651	0.9999136	79.034	83.034
5	99646	8	0.081	99642	0.999922	78.042	83.042
6	99638	7	0.07497	99634	0.999925	77.048	83.048
7	99631	7	0.07496	99627	0.9999246	76.054	83.054
8	99623	8	0.07582	99619	0.9999257	75.059	83.059
9	99616	7	0.07278	99612	0.9999279	74.065	83.065
10	99608	7	0.0715	99605	0.9999272	73.07	83.07
11	99601	7	0.07407	99598	0.999921	72.076	83.076
12	99594	8	0.08399	99590	0.9999065	71.081	83.081
13	99586	10	0.10292	99580	0.9998867	70.087	83.087
14	99575	12	0.12368	99569	0.9998627	69.094	83.094

15	99563	15	0.15085	99555	0.999833	68.102	83.102
16	99548	18	0.18323	99539	0.9997996	67.113	83.113
17	99530	22	0.21767	99519	0.9997696	66.125	83.125
18	99508	24	0.24304	99496	0.9997483	65.139	83.139
19	99484	26	0.26035	99471	0.9997298	64.155	83.155
20	99458	28	0.28	99444	0.9997139	63.171	83.171
21	99430	29	0.29227	99416	0.9997022	62.189	83.189
22	99401	30	0.3033	99386	0.9996912	61.207	83.207
23	99371	31	0.31429	99355	0.999683	60.225	83.225
24	99340	32	0.31963	99324	0.9996792	59.244	83.244
25	99308	32	0.3219	99292	0.9996749	58.263	83.263
26	99276	33	0.32832	99260	0.9996735	57.282	83.282
27	99243	32	0.32466	99227	0.9996729	56.3	83.3
28	99211	33	0.32957	99195	0.999661	55.318	83.318
29	99178	35	0.3485	99161	0.9996436	54.336	83.336
30	99144	36	0.36438	99126	0.9996253	53.355	83.355
31	99108	38	0.38501	99089	0.9996015	52.374	83.374
32	99070	41	0.41194	99049	0.9995764	51.394	83.394
33	99029	43	0.4352	99007	0.9995457	50.415	83.415
34	98986	47	0.47337	98962	0.9995042	49.437	83.437
35	98939	51	0.51826	98913	0.9994602	48.46	83.46
36	98888	56	0.56141	98860	0.9994135	47.485	83.485
37	98832	60	0.61166	98802	0.9993592	46.512	83.512
38	98772	66	0.67004	98739	0.9993027	45.54	83.54
39	98705	72	0.72465	98670	0.9992486	44.57	83.57
40	98634	77	0.77812	98596	0.9991887	43.602	83.602
41	98557	83	0.84446	98516	0.9991213	42.635	83.635
42	98474	90	0.91299	98429	0.9990447	41.671	83.671
43	98384	98	0.99765	98335	0.9989462	40.709	83.709
44	98286	109	1.11007	98231	0.9988225	39.749	83.749
45	98177	122	1.24503	98116	0.9986869	38.792	83.792
46	98055	135	1.38129	97987	0.9985384	37.84	83.84
47	97919	151	1.54196	97844	0.9983805	36.892	83.892
48	97768	166	1.69715	97685	0.9982239	35.948	83.948
49	97602	181	1.85509	97512	0.9980526	35.008	84.008
50	97421	199	2.03982	97322	0.9978792	34.072	84.072
51	97222	214	2.202	97115	0.9976715	33.141	84.141
52	97008	238	2.45532	96889	0.9974364	32.213	84.213
53	96770	259	2.67223	96641	0.9971921	31.291	84.291
54	96512	284	2.94387	96369	0.9969033	30.374	84.374
55	96227	313	3.25006	96071	0.9965531	29.462	84.462
56	95915	350	3.64439	95740	0.9961785	28.556	84.556
57	95565	382	3.99932	95374	0.995794	27.659	84.659
58	95183	420	4.41354	94973	0.9954051	26.768	84.768
59	94763	453	4.7771	94536	0.9950217	25.884	84.884
60	94310	489	5.18054	94066	0.9945855	25.006	85.006
61	93822	530	5.64968	93557	0.9940898	24.134	85.134
62	93291	576	6.1723	93004	0.9934927	23.268	85.268
63	92716	635	6.84445	92398	0.9927887	22.41	85.41
64	92081	698	7.58058	91732	0.9919523	21.561	85.561
65	91383	778	8.51847	90994	0.9910232	20.721	85.721
66	90605	855	9.43912	90177	0.9900418	19.895	85.895

67	89749	941	10.48221	89279	0.9893077	19.08	86.08
68	88809	968	10.90466	88324	0.988684	18.277	86.277
69	87840	1031	11.73181	87325	0.987681	17.473	86.473
70	86810	1121	12.91324	86249	0.986223	16.674	86.674
71	85689	1256	14.65205	85061	0.9844419	15.886	86.886
72	84433	1391	16.47759	83738	0.9822903	15.115	87.115
73	83042	1575	18.96241	82255	0.980101	14.36	87.36
74	81467	1699	20.85372	80618	0.9781394	13.627	87.627
75	79768	1826	22.889	78855	0.9760271	12.907	87.907
76	77943	1955	25.08221	76965	0.9738782	12.198	88.198
77	75988	2066	27.18818	74955	0.9711495	11.499	88.499
78	73922	2259	30.5592	72792	0.9673632	10.806	88.806
79	71663	2492	34.77995	70416	0.9625668	10.131	89.131
80	69170	2779	40.18197	67780	0.9569344	9.478	89.478
81	66391	3059	46.06994	64861	0.9508842	8.854	89.854
82	63332	3313	52.30866	61676	0.9437968	8.257	90.257
83	60019	3620	60.31277	58209	0.9356244	7.685	90.685
84	56399	3875	68.69915	54462	0.9271336	7.146	91.146
85	52525	4062	77.34106	50494	0.9177922	6.637	91.637
86	48462	4240	87.4824	46343	0.9069646	6.151	92.151
87	44223	4383	99.12083	42031	0.8946599	5.693	92.693
88	39839	4472	112.24357	37604	0.8806515	5.264	93.264
89	35368	4504	127.35171	33116	0.865143	4.867	93.867
90	30864	4428	143.45763	28650	0.8490319	4.504	94.504
91	26436	4223	159.73641	24325	0.831547	4.175	95.175
92	22213	3972	178.82657	20227	0.8120732	3.873	95.873
93	18241	3630	199.00882	16426	0.79454	3.608	96.608
94	14611	3120	213.51395	13051	0.7828836	3.38	97.38
95	11491	2548	221.69684	10217	0.7722013	3.162	98.162
96	8944	2107	235.63875	7890	0.7529248	2.92	98.92
97	6836	1791	262.0373	5940	0.7243516	2.666	99.666
98	5045	1484	294.09244	4303	0.6927927	2.435	100.435
99	3561	1160	325.78592	2981	0.6632742	2.241	101.241
100	2401	847	352.95201	1977	0.6404806	2.082	102.082
101	1554	574	369.66912	1266	0.6185421	1.945	102.945
102	979	392	400.16049	783	0.588129	1.792	103.792
103	587	253	431.39369	461	0.5570989	1.654	104.654
104	334	155	463.13897	257	0.5256772	1.529	105.529
105	179	89	495.15483	135	0.4940948	1.416	106.416
106	91	48	527.19944	67	0.4625812	1.315	107.315
107	43	24	559.03319	31	0.4313578	1.224	108.224
108	19	11	590.43287	13	0.4006288	1.143	109.143
109	8	5	621.19495	5	0.3705788	1.07	110.07
110	3	2	651.13734	2	0.3413701	1.004	111.004
111	1	1	680.10685	1	0.3131377	0.946	111.946
112	0	0	707.98023	0	0.2859896	0.893	112.893

```

var('T','P','Q','L','M','J')
# T deposito per la pensione
# P pensione
# Q eta' di pensionamento
# L eta' di primo impiego

```

```
# M eta' di ultima pensione
# J interesse di investimento
```

```
# valore futuro, prima della pensione
Mont=simplify( sum(T*(1+J)^(Q-x),x,L,Q) )
Mont
```

$$\frac{\left((J+1)\frac{1}{J+1}^L - \frac{1}{J+1}^Q \left(\frac{J}{J+1} + \frac{1}{J+1}\right)\right)(J+1)^Q T}{J}$$

```
# valore attuale (all'eta' pensionabile) della pensione
Att=simplify( sum(P/(1+J)^(x-Q),x,Q+1,M) )
Att
```

$$-\frac{\left(\frac{1}{J+1}^M \left(\frac{J}{J+1} + \frac{1}{J+1}\right) - \frac{1}{J+1}^Q \left(\frac{J}{J+1} + \frac{1}{J+1}\right)\right)(J+1)^Q P}{J}$$

```
Mont-Att.simplify_full()
```

$$\frac{\left((J+1)\frac{1}{J+1}^L - \frac{1}{J+1}^Q \left(\frac{J}{J+1} + \frac{1}{J+1}\right)\right)(J+1)^Q T}{J} + \frac{(J+1)^Q P \left(\frac{1}{J+1}^M - \frac{1}{J+1}^Q\right)}{J}$$

da cui si vede che P e T sono lineari. Pertanto possiamo fissare T=1 euro

```
solve(Mont-Att,P)
```

$$\left[P = -\frac{\left((J+1)\frac{1}{J+1}^L - \frac{1}{J+1}^Q\right)T}{\frac{1}{J+1}^M - \frac{1}{J+1}^Q} \right]$$

```
PENS=[0].rhs().simplify_full()
```

```
f(Q)=PENS(T=1,M=82,L=30)
f(Q).show()
pensione=[[f(Q,J=x) for x in srange(0.01,0.06,0.01)] for Q in
range(65,69)]
mp=matrix(pensione)
v65=vector(pensione[0])
```

$$-\frac{\frac{1}{J+1}^Q - \frac{1}{(J+1)^{29}}}{\frac{1}{J+1}^Q - \frac{1}{(J+1)^{82}}}$$

La seguente matrice rappresenta per ogni euro versato fino all'eta Q quanta pensione si riceve andando in pensione al tempo Q (65,66,67,68,69 delle rispettive 4 righe) in base al tasso di investimento/sconto (1% - 5% per ogni colonna).

Es. andando in pensione a 67 anni e tasso di sconto 2%, per ogni euro versato costantemente da 30 a 67 anni, si ricevono 4.367 euro

```
mp.n(digits=4)
```

$$\begin{pmatrix} 2.768 & 3.638 & 4.806 & 6.378 & 8.501 \\ 3.024 & 3.980 & 5.268 & 7.012 & 9.377 \\ 3.314 & 4.367 & 5.793 & 7.732 & 10.38 \\ 3.646 & 4.810 & 6.395 & 8.559 & 11.53 \end{pmatrix}$$

La seguente matrice, indica la differenza percentuale di pensione se al posto di andare in pensione a 65 anni si va piu' tardi, in base anche al tasso di investimento/sconto.

Es. andando in pensione a 67 (anziche' a 65) e investendo al 2% ricevero una pensione del 20% in piu'

```
matrix([[ (mp.row(Q)-mp.row(0))[x]/mp.row(0)[x] for x in
range(len(v65))] for Q in range(mp.dimensions()
[0])])*100.n(digits=4)
```

$$\begin{pmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 9.249 & 9.390 & 9.618 & 9.927 & 10.31 \\ 19.73 & 20.04 & 20.54 & 21.22 & 22.07 \\ 31.72 & 32.23 & 33.06 & 34.19 & 35.59 \end{pmatrix}$$

Stesse tabelle di prima, ma considerando ultima pensione percepita a 84 anni (al posto di 82)

```
f(Q)=PENS(T=1,M=84,L=30)
pensione=[[f(Q,J=x) for x in srange(0.01,0.06,0.01)] for Q in
range(65,69)]
mp=matrix(pensione)
v65=vector(pensione[0])
```

```
mp.n(digits=4)
```

$$\begin{pmatrix} 2.501 & 3.316 & 4.418 & 5.908 & 7.930 \\ 2.714 & 3.604 & 4.811 & 6.454 & 8.694 \\ 2.953 & 3.926 & 5.253 & 7.067 & 9.554 \\ 3.221 & 4.289 & 5.751 & 7.759 & 10.53 \end{pmatrix}$$

```
matrix([[ (mp.row(Q)-mp.row(0))[x]/mp.row(0)[x] for x in
range(len(v65))] for Q in range(mp.dimensions()
[0])])*100.n(digits=4)
```

$$\begin{pmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 8.537 & 8.682 & 8.917 & 9.236 & 9.633 \\ 18.08 & 18.40 & 18.91 & 19.61 & 20.48 \\ 28.82 & 29.34 & 30.18 & 31.32 & 32.76 \end{pmatrix}$$