

# Appunti di teoria del portafoglio

Lorenzo D'Ambrosio

September 25, 2018

# CONTRATTO FINANZIARIO

è un accordo tra due o più parti che regola lo scambio di importi (somme di denaro). Ciascun importo è caratterizzato dalla valuta di denominazione e dalla data di esigibilità. Gli importi possono essere definiti esplicitamente (essere noti nel contratto) o implicitamente tramite una regola di calcolo.

Il contratto stabilisce numerose altre caratteristiche dello scambio: come misurare il tempo, come approssimare le grandezze da calcolare, quanto sono protetti i contraenti da inadempienze

# TEMPO

ha un ruolo essenziale nella definizione di scambio e ne caratterizza la ragione economica. Nello schema più elementare, gli agenti economici scambiano tra loro somme di denaro in risposta a esigenze di consumo: per differire o anticipare il consumo costituiscono la dotazione di denaro necessaria con l'investimento o indebitandosi. La parte che ha ceduto danaro è detta creditore, la parte indebitata è il debitore.

Chi deve procurarsi denaro può emettere un'obbligazione o contrarre un mutuo; chi deve investire perché in surplus finanziario acquista un'obbligazione o concede un mutuo.

# PREZZO

lo spostamento degli importi è un'operazione che avrà un prezzo, e determinerà un costo per chi si indebita e un profitto per chi investe. Il prezzo assume la forma di un interesse e il significato basilare di prezzo del tempo. In generale l'interesse dipende anche oltre che dalle scadenze dell'operazione, dall'affidabilità del debitore e dalla rete delle garanzie, cioè dal livello di tempestività e di certezza con cui avverranno gli scambi pattuiti.

## Example (Stato italiano)

TITOLI A BREVE TERMINE si intendono i BOT;

BOT	Data Emissione	Data scadenza	Prezzo
3 mesi	12/04/2013	12/07/2013	99,939
6 mesi	30/04/2013	31/10/2013	99,744
12 mesi	12/04/2013	14/04/2014	99,069

tutti gli altri sono classificati titoli a medio e a lungo termine.

CTZ (2 anni),

BTP(3, 5, 10, 15 30 anni)

CCT (7 anni),

Libretto postale

Buoni fruttiferi

## Example

### – USA

- *Treasury Bill*. A short-term non-coupon-bearing instrument issued by the government to finance its debt.
- *Treasury Bond*. A long-term coupon-bearing instrument issued by the government to finance its debt.

### – Germania

- *Bundesanleihen*. Long term (10-30 years) with coupon. I “Bund” a 10 anni sono utilizzati per il calcolo dello “spread”.
- *Bundesobligation*, middle term (5 years) with coupon
- Rendite perpetue o irredimibili emesse da stati sovrani.

## Example

Società SPA. Può raccogliere capitale con

- *obbligazioni* (bond). Operazioni finanziarie aventi una struttura simile ai bond statali. L'insieme delle obbligazioni costituisce il *capitale di debito della Società*. Esempio

Emittente	ISIN Code	Valuta	Importo	Cedola	Emissione	Scadenza	Prezzo Em.
Enel SpA	XS0192503695	EUR	750M	5.250%	20/05/2004	20/05/2024	98.586
EFI SA	US29268BAF85	USD	1,500M	6.000%	07/10/2009	07/10/2039	99.463
Enel SpA	XS1014987355	GBP	500M	6.625%	15/01/2014	15/09/2076	99.317
Enel SpA	XS1713463559	EUR	750M	3.375%	24/05/2018	24/11/2081	99.108

## Example

Società SPA. Può raccogliere capitale con

- *azioni* (shares, stock). È una quota del capitale societario. Ha una durata pari alla vita della Società. Tutte le azioni costituiscono il *capitale di rischio* della Società. Le azioni remunerano il capitale investito attraverso dividendi (dividends) (anche con l'aumento di valore delle quote azionarie).

Azioni	Div. Cda	Divisa	Stacco	Pagamento
Ordinaria ENEL	0,132	EURO	23/07/18	25/07/18
Ordinaria ENEL	0,105	EURO	22/01/18	24/01/18



# ENEL . - Storico

(Clicca una voce per nascondere)

— MM 10gg — MM 20gg ■ Bollinger Band ■ Volume

Periodo 1m 3m 6m 1y 2y All



©Milano Finanza - www.milanofinanza.it

Figure : Enel

## AZIONE $\neq$ OBBLIGAZIONE

MISURARE IL TEMPO l'ampiezza degli intervalli temporali pu essere misurata in: Giorni effettivi di calendario EFF o ACT.

Oppure considerando l'anno composto sempre da 365 giorni senza effetto bisestile Oppure con l'anno convenzionalmente composto da 360 giorni e i mesi tutti composti da 30 giorni secondo la convenzione commerciale.

CONVENZIONI CONTRATTUALI IN USO sono rappresentate in forma di frazione dove il numeratore fornisce la conversione di calcolo dei giorni tra scadenze, e il denominatore è il numero di giorni dell'intervallo unitario:  $360/360$ ,  $EFF/360$ ,  $EFF/EFF$ .

Individuare il calendario significa definire i giorni festivi in cui non pu avvenire lo scambio.

# Mercati

il mercato è lo strumento che fornisce le migliori opportunità e produce le migliori condizioni di prezzo per lo scambio. I luoghi del mercato finanziario (borse valori) sono istituzioni eminentemente moderne specializzati per tipi di contratto e di operatore più e meglio organizzati degli altri.

i mercati dei capitali sono specializzati per tipo di contratto e per categoria di operatore, per operatori specializzati o aperti al pubblico. Possono essere regolamentati, disciplinati quindi da precise norme generali e di vigilanza, o ufficiosi, detti over-the-counter (OTC).

## Mercati primari e secondari

Si parla di mercato primario quando le contrattazioni avvengono tra emittente e investitore, nel senso che questi acquista dall'emittente il titolo elementare o derivato emesso sul mercato. In generale, sul mercato primario lo scambio dei titoli è unidirezionale, dall'emittente al market maker, dal market maker al broker, dal broker all'investitore finale.

Sui mercati secondari, invece, gli scambi tra intermediari e tra questi e gli investitori sono bidirezionali, con possibilità per uno stesso soggetto di fare acquisti e vendite di un medesimo strumento. Nei mercati sviluppati, le contrattazioni sul mercato primario sono una piccola quota di quelle sul mercato secondario, che, di conseguenza, garantisce liquidità-liquidabilità (marketability) in ogni momento dei titoli acquistati.

# Mercati regolamentati

I mercati regolamentati sono caratterizzati da un organismo amministrativo (es. Borsa Italiana), un organismo di controllo (es. Consob), una procedura di autorizzazione all'operatività, la definizione dei titoli e contratti oggetto di scambio, un meccanismo di formazione dei prezzi e di scambio e liquidazione dei titoli.

# Mercati OTC

I mercati over the counter ('sopra il banco') sono mercati bilaterali, anch'essi spesso supportati dagli strumenti informativi telematici ma privi di una specifica regolamentazione che non sia quella generale dei contratti di diritto civile. Qui i contratti non sono standardizzati e quindi sono privi di un efficiente mercato secondario (rischio di illiquidità): per chiudere una posizione l'investitore deve cercare una controparte disposta a prendere la posizione opposta su un particolare contratto, con particolare scadenza, sottostante e altre caratteristiche.

Illiquidità e rischio di controparte allargano il bid-ask spread del mercato OTC rispetto a quello del mercato regolamentato, vale a dire la forbice (spread) tra il prezzo che l'intermediario è disposto a pagare per acquistare (bid price o prezzo denaro) e il prezzo (superiore al precedente) che l'intermediario vuole ricevere (ask o offer price o prezzo lettera) per vendere il titolo o contratto.

Ciononostante,

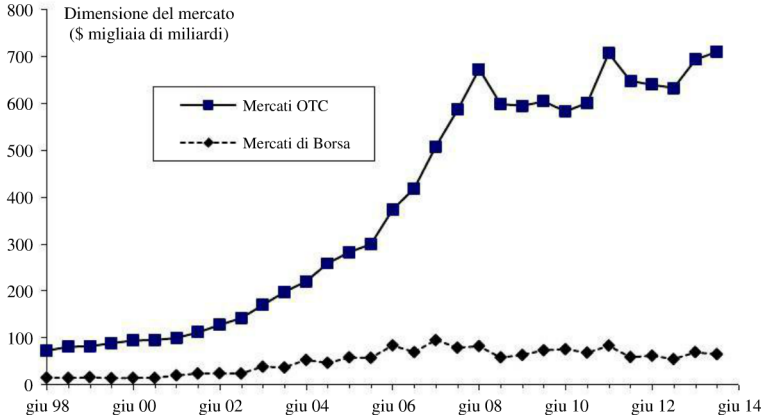


Figure : OTC - regolamentati

# Negoziazione continua e book degli ordini

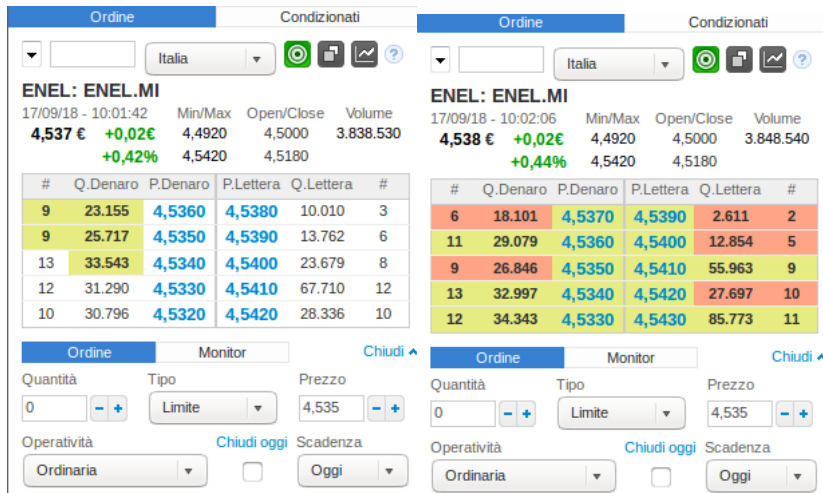


Figure : Enel - BOOK 10:01:57 - 10:02:06



# I mercati "perfetti" della teoria finanziaria I

I mercati assunti implicitamente o esplicitamente nella teoria finanziaria sono alquanto semplificati. Le principali ipotesi

1. assenza di costi di transazione, tasse e altre "imperfezioni";
2. mercati continuamente aperti e perfettamente liquidi, in cui qualunque quantità di titoli può essere immediatamente venduta o comprata al prezzo di mercato;
3. mercati perfettamente concorrenziali, senza barriere né in entrata né in uscita, con operatori price taker che non possono influire sul prezzo, sempre esogeno ad essi;
4. pieno accesso al credito (nessun razionamento) e al mercato primario per l'emissione di titoli, con eguali tassi di indebitamento e di investimento (borrowing and lending rates);

## I mercati "perfetti" della teoria finanziaria II

5. possibilità di vendite allo scoperto (short selling) senza vincoli o restrizioni;
6. perfetta divisibilità dei titoli, scambiabili per quantità anche frazionarie;
7. mercati completi, in cui qualunque cash flow futuro può essere costruito (replicato) mediante la compravendita di uno o più titoli esistenti;
8. mercati efficienti, in cui gli operatori conoscono e sfruttano in modo ottimale tutta l'informazione disponibile (aspettative razionali) che viene immediatamente riflessa nel sistema dei prezzi;
9. mercati sempre in equilibrio, in cui domanda e offerta sono sempre soddisfatte (market clearing) mediante la libera fluttuazione dei prezzi;
10. assenza di rischio di credito e di default negli emittenti.

# CONTRATTI DIFFERITI

Le operazioni di investimento e indebitamento possono avere forma differita: pattuire ad esempio oggi le condizioni per contrarre un debito o effettuare un investimento tra un anno. Tra i contratti differiti sono importanti i contratti finanziari che regolano diritti a termine, i cosiddetti contratti di opzione. I contratti di opzione sono scritti su un bene sottostante, ad esempio su un'obbligazione; conferiscono alla parte contraente che ha acquistato l'opzione il diritto di acquisto o alla vendita del sottostante in una data futura alle condizioni prefissate alla stipula. La controparte che ha venduto l'opzione e incassato il premio, è obbligata reciprocamente alla vendita o all'acquisto del sottostante a quelle stesse condizioni. Sono diffusi i contratti strutturati composti da un bene base e da un'opzione ad esempio da un'obbligazione e da un'opzione scritta sull'obbligazione.

# CONTRATTI FORWARD

I contratti *a termine* (forward) sono accordi per comprare o vendere un'attività a una certa data futura, per un certo prezzo. Si differenziano dai contratti *a pronti* (Spot), che sono accordi per comprare o vendere un'attività con regolamento immediato. Di solito vengono negoziati fuori borsa tra due istituzioni finanziarie o tra un'istituzione finanziaria e uno dei suoi clienti.

Nei contratti forward, una delle parti assume una posizione lunga (long position) e si impegna a comprare l'attività sottostante a una data specifica, per un certo prezzo. L'altra parte assume una posizione corta (short position) e si impegna a vendere l'attività alla stessa data, per lo stesso prezzo.

I contratti forward su Valute sono molto diffusi.

# CONTRATTI FUTURES

I contratti per consegna futura (futures), al pari dei contratti forward, sono accordi tra due parti per comprare o vendere un'attività a una certa data futura, per un certo prezzo.

A differenza dei contratti forward, i futures sono di norma trattati in borsa. Per facilitare le negoziazioni, la borsa specifica certi aspetti standard del contratto. Poiché i due contraenti non necessariamente si conoscono, la borsa fornisce un meccanismo che assicura alle due parti che il contratto verrà onorato (honored).

In molte borse, le attività sottostanti ai diversi contratti sono rappresentate da un'ampia gamma di merci (commodities): pancetta di maiale (pork bellies), bovini da macello (live cattle), legname (lumber), zucchero, lana, rame, alluminio, oro, stagno; e di attività finanziarie (financial assets): indici azionari (stock indices, valute (currencies), buoni del Tesoro poliennali (Treasury bonds). I prezzi futures vengono regolarmente riportati sulla stampa finanziaria.



# *Futures*

I *futures* sono:

- contratti per acquistare o vendere un'attività a una certa data futura, a un certo prezzo;
- simili ai contratti *forward*;
- negoziati in borsa (diversamente dai contratti *forward* che sono negoziati nei mercati *over the counter*).



## *Esempi di Futures*

Accordi per

- comprare 100 onces d'oro a \$1.400 per oncia, con consegna a dicembre;
- vendere 62.500 sterline a \$1,5500 per sterlina, con consegna a marzo;
- vendere 1.000 barili di petrolio a \$90 per barile, con consegna ad aprile.



## *Opzioni*

- Le *calls* sono opzioni per acquistare una certa attività a (o entro) una certa data a un certo prezzo (il prezzo d'esercizio).
- Le *puts* sono opzioni per vendere una certa attività a (o entro) una certa data a un certo prezzo (il prezzo d'esercizio).





# CONTRATTI DI OPZIONE I

Le opzioni vengono negoziate sia in borsa sia nei mercati over the counter. Esistono due tipi fondamentali di opzioni: call e puts. Le opzioni call (call options) danno al portatore il diritto di comprare un'attività entro una certa data, per un certo prezzo. Le opzioni put (put options) danno al portatore il diritto di vendere un'attività entro una certa data, per un certo prezzo. Il prezzo indicato nel Contratto e detto prezzo d'esercizio (exercise price) o prezzo base (strike price); la data indica nel contratto è detta data di estinzione (expiration date) o scadenza (maturity). Le opzioni europee (European options) possono essere esercitate solo alla scadenza; le opzioni americane (American options) possono essere esercitate in qualsiasi momento della loro vita.

In genere, le opzioni negoziate in borsa sono americane e ogni contratto riguarda il diritto di comprare o vendere 100 azioni. Le opzioni europee, sono in genere più facili da analizzare e alcune

# CONTRATTI DI OPZIONE II

proprietà delle opzioni americane sono spesso dedotte da quelle delle corrispondenti opzioni europee.

Va enfatizzato che le opzioni danno al portatore il diritto di fare qualcosa. Il portatore non è obbligato a esercitare questo diritto. È questo che contraddistingue le opzioni dai forwards e dai futures, nei quali ci si impegna a comprare o vendere l'attività sottostante. Si noti che, mentre l'acquisto di un contratto forward o di un contratto futures non costa nulla, per acquistare un'opzione si sostiene un costo.



### *Opzioni e Forwards/Futures*

- I *forwards/futures* danno al portatore l'obbligo di comprare o vendere a un certo prezzo.
- Le opzioni danno al portatore il diritto di comprare o vendere a un certo prezzo.

Sono diffusi i titoli strutturati, ossia titoli composti da un bene di base e da opzioni scritta sul bene.

Sono diffusi i titoli strutturati, ossia titoli composti da un bene di base e da opzioni scritta sul bene.



## *Perché i Derivati sono Importanti?*

- I derivati giocano un ruolo chiave nel trasferimento dei rischi da un soggetto all'altro.
- Tra le attività sottostanti figurano le azioni, le valute, i tassi d'interesse, le merci, l'elettricità, le condizioni climatiche, i pagamenti dei sinistri assicurati, ecc.
- I derivati vengono spesso incorporati nelle obbligazioni, utilizzati per retribuire dirigenti e dipendenti, ecc.
- Gli analisti utilizzano sempre più l'approccio delle opzioni reali per valutare i progetti d'investimento.



## *Perché si Usano i Derivati?*

- Per proteggersi dai rischi.
- Per speculare (concretizzare un'opinione circa la futura evoluzione del mercato).
- Per bloccare un profitto di arbitraggio.
- Per cambiare la natura di una passività.
- Per cambiare la natura di un investimento senza incorrere nei costi connessi con le operazioni di compravendita.

## Example

Negli anni '90 lo stato italiano ha emesso un CTO (Certificato del Tesoro Optabile): un titolo a tasso fisso emesso con durata 6 anni, ma estinguibile dopo 3 anni al prezzo prefissato uguale a quello nominale (100).

Il CTO è un contratto strutturato e può essere visto in due modi:

- Titolo a 6 anni + opzione put (Europea) a favore dell'investitore esercitabile dopo 3 anni a prezzo strike 100.
- Titolo a tre anni + opzione call (Europea) a favore dell'investitore esercitabile dopo 3 anni scritta su un titolo identico a quello scaduto al prezzo 100.

# Operazioni finanziarie elementari: Capitalizzazione / Prestito I

Si consideri un contratto finanziario in base al quale venga effettuato il prestito di una somma monetaria  $S$  al tempo  $t = 0$ , da restituirsi integralmente dopo un anno insieme con una somma espressa nella stessa valuta di importo  $I$  prefissato.

- Dal punto di vista della parte che riceve inizialmente la somma  $S$  e che restituisce poi la somma  $S + I$  si tratta di un'operazione di indebitamento (prestito) che è rappresentata dalle coppie di importi e di scadenze

$$[S, -(S + I)]/[0, 1].$$

- Dal punto di vista della controparte si effettua un'operazione di investimento (capitalizzazione) o di impiego, descritta da

$$[-S, S + I]/[0, 1].$$



# Operazioni finanziarie elementari: Capitalizzazione / Prestito II

Gli importi sono caratterizzati dal segno contabile: il meno indica un'uscita di cassa, il più un'entrata.

Il contratto descrive un'operazione di scambio, in base al quale la somma  $S$  disponibile al tempo  $t = 0$ , viene barattata con la somma  $S + I$ , disponibile al tempo  $t = 1$  (1 anno). L'operazione è con decorrenza immediata e si dice a pronti (spot). Con la stipula del contratto le due parti convengono quindi su una legge di equivalenza per la quale  $S$  euro in  $t = 0$  sono equivalenti a  $S + I$  euro in  $t = 1$ .<sup>1</sup>

La somma  $S$  rappresenta il capitale,

$S + I$  il montante;

la maggiorazione  $I$  è l'interesse;

il rapporto  $i := I/S$  è il tasso di interesse dell'operazione;

il rapporto  $r := (S + I)/S$  è il fattore di capitalizzazione.

# Operazioni finanziarie elementari: Capitalizzazione / Prestito III

## Example

Un istituto di credito ha prestato il capitale di 9.500 euro. Dopo un anno riscuote la somma di 10.633,75 euro

Capitale = 9.500 €

Interesse  $I = 10.633,75 - 9.500 = 1133,75€$

tasso di interesse  $i = \frac{1133,75}{9.500} = 0,11934 = 11,934\%$

Montante = 10.633,75 €

Fattore di capitalizzazione  $r = 1 + i = 1,11934$ .

# Operazioni finanziarie elementari: Capitalizzazione / Prestito IV

## Example

BOT dell'esempio precedente

12 mesi 12/04/2013 14/04/2014 99,069

Compro 10 BOT (ogni BOT ha un valore nominale di 1000 €.

L' OF è  $[-9906.9, 10000]/[0, 1]$

Interesse:  $I = 10000 - 9906.9 = 93.1 \text{ €}$

Tasso interesse:  $i = 93.1 / 9906.9 = 0.00939749 = 0.938 \%$

fattore di capitalizzazione:  $r = 10000/9906.9 = 1,00939749 = 1+i$

---

<sup>1</sup>Per i due contraenti l'importo  $S + I$  rappresenta il valore in  $t = 1$ , di  $S$  euro disponibili in  $t = 0$  ( $S + I = W(S, 0, 1)$ ) oppure, dall'altro punto di vista,  $S$  è il valore in  $t = 0$ , di  $S + I$  euro disponibili in  $t = 1$ .  $S = W(S + I, 1, 0)$ .

# Operazioni finanziarie elementari: Sconto I

contratto di sconto = Contratto mediante il quale un soggetto, titolare del diritto a riscuotere ad una certa scadenza futura,  $T > 0$ , un capitale  $K$ , cede ad un altro soggetto questo diritto in cambio di una somma immediatamente disponibile  $V$ .

Per chi effettua lo sconto la situazione è  $[-V, K]/[0, T]$ .

$$\text{Sconto} = D := K - V$$

$$\text{tasso di sconto } d := \frac{D}{K} = 1 - \frac{V}{K}$$

$$\text{Fattore di sconto } v := \frac{V}{K}$$

## Operazioni finanziarie elementari: Sconto II

### Example

Un imprenditore presenta allo sconto (presso un istituto di credito) una cambiale di 10.633,75 euro (prestazione) con scadenza tra un anno. La somma incassata 'e 9.500 euro (controprestazione).

Quale 'e lo sconto e quale 'e il tasso annuo di sconto applicato dalla banca?

$$D = 10.633,75 - 9.500 = 1.133,75\text{€}$$

$$\text{tasso di sconto } d = 1.133,75 / 10.633,75 = 0,1066 = 10,66\%$$

$$\text{fattore di sconto } v = 1 - d = 0,8933.$$

# Caratteristiche di un'Operazione Finanziaria (OF) I

1. Viene effettuato uno scambio tra due date diverse
2. È fissata un'unità di misura del valore e tutte le quantità scambiate sono espresse secondo questa unità: lo scambio non produce un baratto tra beni diversi in natura, ma diversi in quantità e data di esigibilità
3. Dato che l'unità prescelta è monetaria, si tratta di uno scambio tra quantità nominali
4. Tutte le date e gli importi sono noti in  $t = 0$ , cioè alla data di stipula.

## Caratteristiche di un'Operazione Finanziaria (OF) II

I tassi di interesse caratteristici di OF, ove gli importi sono espressi in moneta, sono detti tassi di interesse nominali. I tassi nominali sono positivi: ciò si può far discendere dalla qualità naturale degli agenti economici di essere massimizzatori di profitto, a parità di condizioni preferiscono avere una somma  $S$  piuttosto che una somma  $S'$  minore di  $S$ . Un'operazione con interesse negativo non sarà mai stipulata dall'investitore poiché si avrebbe una remunerazione superiore (interesse nullo) mantenendo il possesso del capitale.

La positività dei tassi di interesse è garantita dal postulato del rendimento del denaro:

*il costo dell'operazione consistente nel differire la scadenza di un debito è positivo<sup>2</sup>.*\_\_\_\_\_

<sup>2</sup>“questa restrizione costituisce piuttosto un dato di fatto d'ordine storico che una necessità logica più o meno evidente; si potrebbe in teoria immaginare benissimo una situazione economica in cui nessuno o pochissimi avendo bisogno di denaro a prestito non si troverebbe convenienza ad accettare un importo impegnandosi a restituirlo più tardi accresciuto e nemmeno per restituirlo intero

# Relazione tra sconto e capitalizzazione I

Che relazione ci aspettiamo tra fattore di capitalizzazione  $r$  e fattore di sconto  $v$ ?

Dagli esempi si vede che  $rv = 1$

Nella pratica...

In generale (in un mercato perfetto) deve essere così altrimenti ci sarebbero delle opportunità di arbitraggio.

Non c'è opportunità di arbitraggio  $\equiv$  non posso fare soldi dal niente (No free lunch)



# Principio di assenza di arbitraggio (PAA) I

Altre formulazioni: - No free lunch economy

- Nessuno ti regala niente
- I soldi non crescono sugli alberi
- Se uno vuole guadagnare deve faticare

Esempio: due investimenti privi di rischio

- BOT (Buoni Ordinari del Tesoro)
- Investimenti immobiliari (si investe in una casa, viene affittata e si ricava una rendita) [dimentichiamoci della perdita di valore di un immobile, rischio di insolvenza del fittuario, variabilità del mercato delle case, tasse differenti tra rendita immobiliare e rendita finanziaria]

Secondo il principio di non arbitraggio devono dare la stessa rendita. Per dimostrare l'affermazione devo costruire un arbitraggio:

## Principio di assenza di arbitraggio (PAA) II

Se  $\text{rendita BOT} > \text{Valore rendita casa}$ : vendere la propria casa, investire in BOT e con la rendita finanziaria pagare l'affitto avendo un ulteriore introito.

Se  $\text{rendita BOT} > \text{Valore rendita casa}$ : indebitarsi con la banca, comprare una casa e con l'affitto pagarsi il mutuo (qui consideriamo una banca perfetta in cui sconto e capitalizzazione sono gli stessi)

L'ulteriore ipotesi (plausibile) che stiamo facendo è che l'affitto non dipende dal tasso di interesse.

Se il tasso d'interesse fosse del 10%, una casa che vale 120K€ dovrebbe essere affittata a 1K€ al mese

Se il tasso d'interesse fosse del 1% una casa che vale 120K€ dovrebbe essere affittata a 100€ al mese, ovvero se l'affitto è di 1K€ allora la casa vale 1.2M€

## Principio di assenza di arbitraggio (PAA) III

### Example

Giappone 1985: Guerra commerciale fra USA e Giappone  
Per evitare l'apprezzamento dello yen, il Governatore della Banca Centrale fissó il tasso ufficiale di sconto a 0.05%. Scelta politica non motivata da condizioni di mercato  
Casa affittata a 1K€ al mese, con un tasso dello 0.05% varrebbe 24M€

### Example

Italia 1988 -1991 Viene fissato il cambio fra Lira e Marco.  
Prendo in prestito i soldi dalla Germania (al 4%) e li investono in BOT italiani (al 10%).

### Example

Argentina 1998-2001. Menem vincola il pesos Argentino al dollaro

## Principio di assenza di arbitraggio (PAA) IV

### Example

2011. Crisi Economica area Euro:

Spread sulle obbligazioni di questi paesi circa il 5%. Prendo soldi dalla Germania (2%) ed investire in Obbligazioni Greche, Irlandesi o Portoghesi (6%).

### Example

Trader ARBITRAGGISTI

Un'azione dell'azienda X viene quotata in US a 150\$ e in GB a 100 £.

Al cambio  $1\text{£} = 1.51\text{\$}$

Compro 1 azione USA a 150\$ = -150\$

vendo un'azione GB a 100 £. = + 100 £ = +151\$

Avendo un attivo di 1\$

## Relazione tra sconto e capitalizzazione I

Che relazione ci aspettiamo tra fattore di capitalizzazione  $r$  e fattore di sconto  $v$ ?

Dagli esempi si vede che  $rv = 1$

Supponiamo per assurdo che  $rv > 1$ .

(ad esempio Supponiamo che ci sia un operatore A che offre un tasso di interesse al 10%, ed un altro operatore B che offre uno tasso sconto al 8%. In questo caso il fattore di capitalizzazione  $r = 1,1$ , il fattore di sconto di  $v = 0,92$ . Pertanto  $rv = 1.012 > 1$ . In questa situazione c'è la possibilità di fare arbitraggio.)

All'operatore B dico che voglio essere scontato una certa quota  $C$  ad un anno. Quindi B mi versa la quota  $v \cdot C (< C)$  che impiego per depositarla presso A. Dopo un anno, l'operatore A mi darà il montante  $r \cdot (v \cdot C)$  e io devo restituire  $C$  a B. Realizzo un profitto  $rvC - C = (rv - 1)C > 0$ .

## Relazione tra sconto e capitalizzazione II

operazione	t=0	t=1
sconto	$+ v C$	$- C$
deposito	$- v C$	$+ r v C$
somma	0	$(rv - 1) C$

Table : esempio di arbitraggio

Come si realizza l'arbitraggio se  $rv < 1$ ?

# LA DEFINIZIONE FORMALE I

Un'OF a scadenziario fisso, è definita come un arbitrato insieme di importi monetari (pagamenti in entrata o in uscita) caratterizzati dalle rispettive date di esigibilità.

Si parla di operazione certa alla data  $t$  quando tutti gli importi e le date di esigibilità sono note in  $t$ .

Il caso più importante è quello di operazioni con durata finita, costituite da un insieme di importi  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_m]$  rispettivamente disponibili col loro segno ai tempi  $\mathbf{t} = [t_1, t_2, \dots, t_m]$  con la convenzione  $t_1 < t_2 < \dots < t_m$ .

Si tratta di operazioni rappresentate da una coppia di vettori  $\mathbf{x}/\mathbf{t}$  a  $m$  componenti reali essendo  $\mathbf{x}$  il vettore dei pagamenti e  $\mathbf{t}$  il vettore delle corrispondenti scadenze ordinate in senso crescente. L'OF è costituita dal flusso di importi  $\mathbf{x}$  sullo scadenziario  $\mathbf{t}$ .

Definizione (Operazioni coincidenti)

## LA DEFINIZIONE FORMALE II

*Data una generica OF  $\mathbf{x}/\mathbf{t}$ , si consideri l'operazione ottenuta estendendo lo scadenziario  $\mathbf{t}$ , e attribuendo importi di entità nulla alle date aggiuntive. L'OF così ottenuta "coincide" con quella di partenza.*

### Definizione

*Assegnate due OF:  $\mathbf{x}'/\mathbf{t}'$  e  $\mathbf{x}''/\mathbf{t}''$ , è sempre possibile ridefinirle su uno stesso scadenziario  $\mathbf{t}$ , scegliendo  $\mathbf{t}$  come vettore di tempi ordinati che si ottiene effettuando l'unione insiemistica  $\mathbf{t}' \cup \mathbf{t}''$  dei due scadenziari di partenza, e completando i vettori  $\mathbf{x}'$  e  $\mathbf{x}''$  con pagamenti nulli sullo scadenziario unione.*

*Somma di operazioni finanziarie date due OF  $\mathbf{x}'/\mathbf{t}'$  e  $\mathbf{x}''/\mathbf{t}''$ , si definisce OF somma l'operazione  $\mathbf{x}/\mathbf{t}$  ottenuta ridefinendo le due operazioni componenti sullo scadenziario unione  $\mathbf{t}$  e sommando algebricamente i pagamenti esigibili alle stesse date.*



## LA DEFINIZIONE FORMALE III

### Example

l'OF

$$\mathbf{x/t} = [-10, 2, 2, 2, 2, 2, 2]/[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6]$$

E' un'operazione di prestito (investimento) al tempo iniziale (-10) e di recupero del capitale nei successivi anni.

La controparte (il debitore) ha l'OF opposta

$$-\mathbf{x/t} = [10, -2, -2, -2, -2, -2, -2]/[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6]$$

### Example





BTP 3 anni al 4%, valore nominale 100 e prezzo d'acquisto 95.50€

$$\mathbf{x/t} = [-95.5, 2, 2, 2, 2, 2, 102]/[0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3]$$

## LA DEFINIZIONE FORMALE IV

Un'OF è una funzione  $F : [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  che è nulla tranne su un insieme  $\mathbf{t}$  che è al più numerabile e privo di punti di accumulazione.

Data un'OF  $\mathbf{x}/\mathbf{t}$  e un tempo  $t$  (eventualmente appartenente allo scadenziario, ma non necessariamente), ci si pone il problema di valutare l'investimento al tempo  $t$ .

-  Castellani, De Felice, Moriconi, Manuale di finanza I, il Mulino
-  Castellani, De Felice, Moriconi, Manuale di finanza II, il Mulino
-  Castellani, De Felice, Moriconi, Manuale di finanza III, il Mulino
-  Luenberger, Finanza e investimenti, Apogeo