
Esercizi di Matematica Finanziaria

Esercizi preliminari, parte 1

Claudio Pacati **Roberto Renò**
Università degli Studi di Siena *Università degli Studi di Verona*
CLAUDIO.PACATI@UNISI.IT ROBERTO.RENO@UNIVR.IT

Versione del 14 ottobre 2017

Temi trattati in questa raccolta di esercizi:

- Regime degli interessi semplici e composti
- Leggi di capitalizzazione finanziaria
- Valore di un'attività finanziaria
- Rendite e piani di ammortamento
- Tasso interno di rendimento

Esercizio 1

Sia dato un contratto finanziario che in $t = 0$ abbia valore $f(0) = 97.8$ euro e dopo 95 giorni abbia valore $f(95) = 101.5$ euro. Relativamente al periodo $[0, 95]$, calcolare:

- | | |
|--|----------|
| (a) l'interesse (in euro): | 3.7 |
| (b) il tasso di interesse (%): | 3.783 |
| (c) il tasso di sconto (%): | 3.645 |
| (d) l'intensità di interesse (in giorni^{-1}): | 0.000398 |
| (e) l'intensità di sconto (in giorni^{-1}): | 0.000384 |

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- | | |
|--|---------|
| (f) il tasso annuo di interesse (%): | 15.335 |
| (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua (in anni^{-1}): | 0.14267 |
| (h) il tasso semestrale di interesse (%): | 7.394 |
| (i) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale (in semestri^{-1}): | 0.07134 |

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

- | | |
|---|--------|
| (l) il tasso annuo di interesse (%): | 14.536 |
| (m) il tasso semestrale di interesse (%): | 7.268 |

Esercizio 2

Data l'operazione finanziaria $\mathbf{x} = \{-350, 600\}$ ai tempi $\mathbf{t} = \{1, 4\}$ mesi, trasformarla in una operazione equa secondo la legge esponenziale con tasso semestrale di interesse $i = 5.8\%$,aggiungendo un importo x_t al tempo $t = 7$ mesi.

$$x_t = -246.855$$

Esercizio 3

Determinare il valore x_0 in $t = 0$ di un contratto finanziario che in $t = 120$ giorni garantisce 100 euro, in modo che il tasso di interesse relativo al periodo $[0, 120]$ sia del 3.63%.

(a) $x_0 =$ 96.4972 euro

Relativamente al periodo $[0, 120]$, calcolare:

- (b) l'interesse: 3.50 euro
 (c) il tasso di sconto: 3.503 %
 (d) l'intensità di interesse: 0.000303 giorni⁻¹
 (e) l'intensità di sconto: 0.000292 giorni⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- (f) il tasso annuo di interesse: 11.456 %
 (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: 0.10845 anni⁻¹
 (h) il tasso semestrale di interesse: 5.573 %
 (i) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: 0.05423 semestri⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

- (l) il tasso annuo di interesse: 11.041 %
 (m) il tasso semestrale di interesse: 5.521 %

Esercizio 4

Determinare il pagamento x_1 che deve prevedere in $t = 150$ giorni un contratto finanziario, che in $t = 0$ giorni vale 100 euro, in modo che il tasso di interesse relativo al periodo $[0, 150]$ sia del 4.25%.

(a) $x_1 =$ 104.250 euro

Relativamente al periodo $[0, 150]$, calcolare:

- (b) l'interesse: 4.25 euro
 (c) il tasso di sconto: 4.077 %
 (d) l'intensità di interesse: 0.000283 giorni⁻¹
 (e) l'intensità di sconto: 0.000272 giorni⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- (f) il tasso annuo di interesse: 10.659 %
 (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: 0.10128 anni⁻¹
 (h) il tasso semestrale di interesse: 5.194 %
 (i) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: 0.05064 semestri⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

- (l) il tasso annuo di interesse: 10.342 %
 (m) il tasso semestrale di interesse: 5.171 %

Esercizio 5

Determinare la rata (costante) annuale R di una rendita perpetua anticipata \mathbf{x} in modo che, secondo la legge esponenziale di intensità di interesse $\delta = 0.095$ anni⁻¹, il valore attuale della rendita risulti $W(0, \mathbf{x}) = 105$ euro.

$$R = 9.51584$$

Esercizio 6

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -98$ euro, $x_1 = 102$ euro, $t_0 = 0$, $t_1 = 4$ mesi.

In regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione:

- (a) il tasso annuo di interesse: 12.75 %
 (b) il tasso semestrale di interesse: 6.185 %

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

- (c) il tasso annuo di interesse: 12.24 %
 (d) il tasso semestrale di interesse: 6.122 %

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_3 = 100$ euro al tempo $t_3 = 9$ mesi. Determinare l'importo x_2 che bisogna aggiungere al tempo $t_2 = 7$ mesi affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}/\{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza.

- (e) importo da aggiungere $x_2 =$ -98.02 euro

Esercizio 7

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -102$ euro, $x_1 = 107$ euro, $t_0 = 0$, $t_1 = 5$ mesi.

In regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione:

- (a) il tasso annuo di interesse: 12.17 %
 (b) il tasso semestrale di interesse: 5.911 %

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

- (c) il tasso annuo di interesse: 11.76 %
 (d) il tasso semestrale di interesse: 5.882 %

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_2 = 80$ euro al tempo $t_2 = 7$ mesi. Determinare l'importo x_3 che bisogna aggiungere al tempo $t_3 = 9$ mesi affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}/\{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza.

- (e) importo da aggiungere $x_3 =$ -81.55 euro

Esercizio 8

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -102$ euro, $x_1 = 107$ euro, $t_0 = 0$, $t_1 = 140$ giorni. Assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni) e del mese (30 giorni),

• in regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione:

- (a) l'intensità istantanea di interesse su base annua: 0.12306 anni⁻¹
 (b) il tasso semestrale di interesse: 6.346 %
 (c) il tasso mensile di interesse: 1.031 %

• in regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

- (d) il tasso annuo di interesse: 12.61 %
 (e) il tasso semestrale di interesse: 6.303 %

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_2 = 50$ euro al tempo $t_2 = 180$ giorni. Determinare l'importo x_3 che bisogna aggiungere al tempo $t_3 = 210$ giorni affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}/\{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza.

- (e) importo da aggiungere $x_3 =$ -50.52 euro

Esercizio 9

Sia data un capitale di $x = 150$ milioni di euro. Si determini l'interesse che esso produce in tre anni se investito:

- in regime di capitalizzazione esponenziale
 - (a) al tasso semestrale di interesse del 6%: 62.78
 - (b) al tasso annuo di interesse dell'11.5%: 57.93
 - (c) secondo una legge di intensità $\delta = 0.12 \text{ anni}^{-1}$: 64.99
- in regime di capitalizzazione lineare
 - (d) al tasso semestrale di interesse del 6%: 54
 - (e) al tasso annuo di interesse dell'11.5%: 51.75

Esercizio 10

Si consideri l'acquisto di un titolo a cedola nulla con vita a scadenza di 20 giorni e prezzo di acquisto (lordo) di 99.71 euro per 100 euro di valore nominale. Sapendo che tale titolo è soggetta ad una ritenuta fiscale, da pagarsi anticipatamente, del 12.5% sull'interesse lordo, calcolare relativamente all'operazione di acquisto:

- (a) l'interesse lordo: 0.29 euro
- (b) il prezzo di acquisto netto: 99.74625 euro
- (c) l'interesse netto: 0.25375 euro

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

- (d) il tasso annuo di interesse: 4.746 %
- (e) l'intensità istantanea di interesse su base annua: 0.046368 anni^{-1}
- (f) il tasso semestrale di interesse: 2.3455 %
- (g) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: 0.023184 semestri^{-1}

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

- (h) il tasso annuo di interesse: 4.6427 %
- (i) il tasso semestrale di interesse: 2.3214 %

Esercizio 11

Sia data una operazione finanziaria consistente nell'investire un capitale di x euro a tre anni e mezzo. Sapendo che l'interesse che l'operazione produce è di $I = 50$ euro, si determini il capitale iniziale x in ognuno dei seguenti casi:

- in regime di capitalizzazione esponenziale
 - (a) al tasso semestrale di interesse del 5.5%: 109.968
 - (b) al tasso annuo di interesse del 12%: 102.704
 - (c) secondo una legge di intensità $\delta = 0.11 \text{ anni}^{-1}$: 106.47
- in regime di capitalizzazione lineare
 - (d) al tasso semestrale di interesse del 6%: 119.048
 - (e) al tasso annuo di interesse dell'11.5%: 124.224

Esercizio 12

Sia dato un titolo a cedola fissa x di valore facciale 120 euro, vita a scadenza 10 anni, cedola annuale di 12.5 euro e quotato alla pari. Calcolarne il T.I.R. ed il valore attuale relativamente tale tasso.

$$\text{T.I.R.} = 10.4167 \quad W(0, x) = 120$$

Esercizio 13

Determinare il valore x_0 in $t_0 = 0$ di un contratto finanziario che in $t_1 = 120$ giorni garantisce 100 euro, in modo che il tasso di interesse relativo al periodo $[0, 120]$ sia del 2.8%.

$$(a) \ x_0 = 97.2763 \text{ euro}$$

Relativamente al periodo $[0, 120]$ calcolare:

$$(b) \text{ l'interesse: } 2.72374 \text{ euro}$$

$$(c) \text{ l'intensità di interesse: } 0.000233 \text{ giorni}^{-1}$$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare relativamente al contratto le quantità:

$$(d) \text{ il tasso annuo di interesse: } 8.762 \%$$

$$(e) \text{ l'intensità istantanea di interesse su base annua: } 0.083996 \text{ anni}^{-1}$$

$$(f) \text{ il tasso semestrale di interesse: } 4.289 \%$$

$$(g) \text{ l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: } 0.041998 \text{ semestri}^{-1}$$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare relativamente al contratto le quantità:

$$(h) \text{ il tasso annuo di interesse: } 8.517 \%$$

$$(i) \text{ il tasso semestrale di interesse: } 4.258 \%$$

Esercizio 14

Determinare dopo quanti anni t_1 un capitale triplica se investito al tasso annuo dell'11% in regime di capitalizzazione esponenziale.

$$(a) \ t_1 = 10.5271 \text{ anni}$$

Per tale operazione di investimento calcolare relativamente al periodo $[0, t_1]$:

$$(b) \text{ il tasso di interesse: } 200 \%$$

$$(c) \text{ il tasso di sconto: } 66.67 \%$$

$$(d) \text{ l'intensità di interesse: } 0.189985 \text{ anni}^{-1}$$

$$(e) \text{ l'intensità di sconto: } 0.063328 \text{ anni}^{-1}$$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare relativamente all'investimento le quantità:

$$(f) \text{ il tasso annuo di interesse: } 11 \%$$

$$(g) \text{ l'intensità istantanea di interesse su base annua: } 0.10436 \text{ anni}^{-1}$$

$$(h) \text{ il tasso semestrale di interesse: } 5.357 \%$$

$$(i) \text{ l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: } 0.05218 \text{ semestri}^{-1}$$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare relativamente all'investimento le quantità:

$$(l) \text{ il tasso annuo di interesse: } 19 \%$$

$$(m) \text{ il tasso semestrale di interesse: } 9.499 \%$$

Esercizio 15

Sia dato un titolo a cedola fissa \mathbf{x} di valore nominale 100 euro, vita a scadenza 7 anni, cedola annuale e quotato alla pari. Sapendo che il T.I.R. di \mathbf{x} è uguale a 12.73%, calcolare la cedola C del titolo e il valore attuale rispetto a tale tasso.

$$C = 12.73 \quad W(0, \mathbf{x}) = 100$$

Esercizio 16

Data una rendita posticipata decennale \mathbf{x} con rate semestrali di 100 euro, calcolarne il valore in $t = 0$ anni rispetto alla legge esponenziale di intensità $\delta = 0.09 \text{ anni}^{-1}$.

Determinare inoltre il valore della rendita in $t' = 0.25$ secondo la stessa legge esponenziale.

$$W(t, \mathbf{x}) = 1289.29$$

$$W(t', \mathbf{x}) = 1318.62$$

Esercizio 17

Una banca propone un prestito di 350 euro a fronte di un rimborso di 400 euro dopo 10 mesi.

In regime di capitalizzazione esponenziale, calcolare relativamente all'operazione:

- (a) il tasso annuo di interesse: **17.38 %**
 (b) il tasso semestrale di interesse: **8.342 %**

In regime di capitalizzazione lineare, calcolare relativamente all'operazione:

- (c) il tasso annuo di interesse: **17.14 %**
 (d) il tasso semestrale di interesse: **8.571 %**

Si supponga di volere rimborsare il prestito dopo 14 mesi anziché 10. Determinare l'importo x che è equo corrispondere alla nuova scadenza, secondo la legge di capitalizzazione esponenziale con stesso tasso dell'operazione originaria:

- (e) $x =$ **421.946 euro**

In regime di capitalizzazione lineare, calcolare relativamente a questa nuova operazione:

- (f) il tasso annuo di interesse: **17.62 %**
 (g) il tasso semestrale di interesse: **8.81 %**

Esercizio 18

Una banca propone un prestito di 110 euro a un anno e 3 mesi. Determinare l'importo x che è equo rimborsare a scadenza del prestito, secondo la legge degli interessi composti al tasso annuo $i = 14\%$.

- (a) $x =$ **129.576 euro**

In regime di capitalizzazione esponenziale, calcolare relativamente al prestito a queste condizioni:

- (b) il tasso semestrale di interesse: **6.771 %**

In regime di capitalizzazione lineare, calcolare relativamente al prestito a queste condizioni:

- (c) il tasso annuo di interesse: **14.24 %**
 (d) il tasso semestrale di interesse: **7.118 %**

Si supponga di volere utilizzare nel calcolo dell'importo da rimborsare la legge degli interessi semplici, anziché quella degli interessi composti. Determinare l'importo x' che è equo rimborsare a scadenza del prestito, secondo tale legge.

- (e) $x' =$ **129.25 euro**

In regime di capitalizzazione esponenziale, calcolare relativamente al prestito a queste nuove condizioni:

- (f) il tasso annuo di interesse: **13.77 %**
 (g) il tasso semestrale di interesse: **6.663 %**

Esercizio 19

Determinare il numero minimo di annualità con le quali si può ammortizzare al tasso annuo $i = 10.5\%$ un debito $S = 17$ milioni se si è in grado di pagare in futuro non più di 1.8 milioni di euro alla fine di ogni anno. Determinare inoltre il valore della rata.

Numero minimo di annualità: **48**

Valore della rata: **1799923**

Esercizio 20

Sia dato il flusso di importi monetari $\mathbf{x} = \{x_0, x_1, x_2\}$, esigibili secondo lo scadenziario $\mathbf{t} = \{0, 1, 2\}$, ove:

$$\mathbf{x} = \{-45, -40, 100\}.$$

Calcolare il T.I.R. i^* dell'operazione finanziaria \mathbf{x}/\mathbf{t} . Determinare inoltre l'importo Δx_0 che bisogna sommare ad x_0 affinché il T.I.R. dell'operazione $\{(x_0 + \Delta x_0), x_1, x_2\}/\mathbf{t}$ risulti uguale al 12%.

$$i^* = 11.11 \quad \%$$

$$\Delta x_0 = 0.99490 \quad \text{euro}$$

Esercizio 21

Sia dato il flusso di importi monetari $\mathbf{x} = \{x_0, x_1, x_2\}$, esigibili secondo lo scadenziario $\mathbf{t} = \{0, 1, 2\}$, ove:

$$\mathbf{x} = \{-11.5, 13, -1\}.$$

Calcolare il T.I.R. i^* dell'operazione finanziaria \mathbf{x}/\mathbf{t} . Determinare inoltre l'importo Δx_0 che bisogna sommare ad x_0 affinché il T.I.R. dell'operazione $\{(x_0 + \Delta x_0), x_1, x_2\}/\mathbf{t}$ risulti uguale al 6%.

$$i^* = 4.741 \quad \% \\ \Delta x_0 = 0.12585 \quad \text{euro}$$

Esercizio 22

Sia dato un titolo a cedola fissa \mathbf{x} di valore nominale 100 euro, vita a scadenza $m = 2$ anni, cedola annuale dell'8% nominale e prezzo $P = 98$ euro. Calcolarne il T.I.R. i^* e il valore attuale $W(0, \mathbf{x})$ secondo la legge esponenziale individuata dal T.I.R.; determinare inoltre la quantità ΔP di cui bisogna decrementare il prezzo affinché il T.I.R. risulti uguale al 10%.

$$i^* = 9.139 \quad \% \\ W(0, \mathbf{x}) = 98 \quad \text{euro} \\ \Delta P = 1.47107 \quad \text{euro}$$

Esercizio 23

Sia dato il flusso di importi monetari $\mathbf{x} = \{x_0, x_1, x_2, x_3\}$, esigibili secondo lo scadenziario $\mathbf{t} = \{0, 1, 2, 3\}$, ove:

$$\mathbf{x} = \{0, -51, 10, 50\}.$$

Calcolare il T.I.R. i^* dell'operazione finanziaria \mathbf{x}/\mathbf{t} . Determinare inoltre l'importo Δx_0 che bisogna sommare ad x_0 affinché il T.I.R. dell'operazione $\{(x_0 + \Delta x_0), x_1, x_2, x_3\}/\mathbf{t}$ risulti uguale all'8%.

$$i^* = 9.303 \quad \% \\ \Delta x_0 = -1.0428 \quad \text{euro}$$

Esercizio 24

Sia data una rendita posticipata decennale \mathbf{x} a rata costante pagabile semestralmente. Supponendo che, secondo la legge esponenziale di intensità $\delta = 0.09 \text{ anni}^{-1}$, il valore residuo della rendita dopo un anno sia di 100 euro, determinarne la rata R ed il T.I.R. i , esprimendolo in forma percentuale e su base annua.

$$R = 8.291 \quad i = 9.417$$

Esercizio 25

Determinare il numero minimo di semestralità con le quali si può ammortizzare al tasso annuale $i = 9\%$ un debito $S = 20$ milioni se si è in grado di pagare in futuro non più di 1 milione di euro alla fine di ogni semestre. Determinare inoltre il valore della rata.

Numero minimo di semestralità: 50

Valore della rata: 996132

Esercizio 26

Si consideri un mercato in cui sono presenti al tempo $t_0 = 0$ i seguenti titoli:

$$\begin{aligned} &\text{un titolo } \mathbf{x} = \{7, 2.5, 3, 87\}/\mathbf{t} \text{ al prezzo di 90 euro,} \\ &\text{un titolo } \mathbf{y} = \{0, 4.5, 4, 32\}/\mathbf{t} \text{ al prezzo di 22 euro,} \end{aligned}$$

ove $\mathbf{t} = \{1, 2, 3, 4\}$ anni.

Si determini il tasso interno di rendimento i del titolo \mathbf{z} composto dalla somma del titolo \mathbf{x} con il titolo \mathbf{y} . Si determini inoltre il valore attuale di \mathbf{z} secondo la legge esponenziale individuata dal t.i.r. i .

$$i = 6.25 \quad \% \quad W(0, \mathbf{z}) = 112$$

Esercizio 27

Sia dato un contratto finanziario caratterizzato da un flusso di pagamenti $\mathbf{x} = \{50, 38, -100\}$ euro, esigibili ai tempi $\mathbf{t} = \{0, 1, 2\}$ anni. Calcolarne il tasso interno di rendimento i ed esprimerlo in forma percentuale e su base annua. Determinare inoltre l'importo Δx_0 che bisogna sommare al primo pagamento per ottenere un contratto con tasso interno di rendimento del 8%.

$$i = 8.438 \% \quad \Delta x_0 = 0.548697 \text{ euro}$$

Esercizio 28

Sia dato un titolo a cedola fissa trimestrale dell'8% nominale annuo, vita a scadenza di 11 anni e capitale di rimborso 100 euro. Si determini il tasso interno di rendimento su base annua i^* in caso di aggiudicazione alla pari. Sapendo inoltre che le cedole di tale titolo sono gravate di una ritenuta fiscale del 12.5%, calcolarne il t.i.r. su base annua al netto della ritenuta fiscale i_{netto}^* . Determinare infine con quale prezzo di aggiudicazione P si ottiene un t.i.r. (lordo) $j^* = 10\%$ su base annua.

$$i^* = 8.243 \% \quad i_{\text{netto}}^* = 7.186 \% \quad P = 88.9197 \text{ euro}$$

Esercizio 29

Un capitale di 10 milioni di euro viene ammortizzato al tasso annuo $i = 8\%$ con rate costanti pagabili annualmente, in 3 anni e 49 giorni, con una rata di preammortamento pagabile dopo un anno e 49 giorni. Assumendo per l'anno la durata civile (365 giorni), compilare il piano ammortamento richiesto indicando gli importi in euro:

	rata	quota capitale	quota interessi	debito residuo
I rata	912161	0	912161	10000000
II rata	5607692	4807692	800000	5192308
III rata	5607692	5192308	415385	0

Esercizio 30

Si consideri l'ammortamento di 100 euro in 7 anni a rata costante R , pagabile alla metà ed alla fine di ogni anno. Si determini R in modo che il tasso interno di rendimento dell'operazione di ammortamento risulti del 9%. Indicare inoltre, relativamente all'ultima rata del piano di ammortamento, la decomposizione in quota capitale C e quota interessi I .

$$R = 9.720525 \quad C = 9.310575 \quad I = 0.409951$$

Esercizio 31

Si consideri l'operazione finanziaria $\mathbf{x}/\mathbf{t} = \{-96, 102\}/\{0, 292\}$ (essendo il tempo misurato in giorni). Determinare, relativamente al periodo $[0, 292]$:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| (a) l'interesse | 6 |
| (b) il tasso di interesse: | 6.25 % |
| (c) il tasso di sconto: | 5.882 % |
| (d) l'intensità di interesse: | 0.000214 giorni ⁻¹ |
| (e) l'intensità di sconto: | 0.000201 giorni ⁻¹ |

Considerando la durata civile dell'anno (365 giorni), si supponga di volere aggiungere all'operazione finanziaria un importo x al tempo $t = 1$ anno. Determinare x in modo che l'operazione risultante risulti equa al tasso annuo dell'11%.

- | | |
|-----------|--------------|
| (f) $x =$ | 2.40868 euro |
|-----------|--------------|

Esercizio 32

Si consideri una rendita perpetua posticipata \mathbf{r} a rata semestrale costante R . Determinare il valore che deve avere la rata, affinché l'operazione di acquisto della rendita al prezzo di $W(0, \mathbf{r}) = 100$ euro risulti equa secondo la legge esponenziale di tasso annuo $i = 11\%$. Determinare inoltre, in base alla stessa legge esponenziale, il valore residuo $V(1, \mathbf{r})$ della rendita dopo un anno, cioè subito dopo il pagamento della seconda cedola. Calcolare infine il tasso interno di rendimento annuo i^* dell'operazione finanziaria consistente nell'acquisto della rendita al prezzo $P = 91$ euro.

$$R = 5.35654 \text{ euro} \quad V(1, \mathbf{r}) = 100 \text{ euro} \quad i^* = 12.12 \%$$

Esercizio 33

Un capitale di 11 milioni di euro viene ammortizzato al tasso annuo $i = 8.5\%$, con rate costanti pagabili alla fine di ogni bimestre, in 4 mesi e 17 giorni, con una rata di preammortamento pagabile dopo 17 giorni. Assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni) e del mese (30 giorni), compilare il piano di ammortamento richiesto, indicando gli importi in euro.

	rata	quota capitale	quota interessi	debito residuo
I rata	42458	0	42458	11000000
II rata	5613194	5462610	150585	5537390
III rata	5613194	5537390	75804	0

Esercizio 34

Si consideri l'operazione di acquisto di un titolo a cedola nulla, con prezzo di acquisto $P = 100$ euro e vita a scadenza $m = 15$ mesi. Determinare il valore facciale C che rende l'operazione di acquisto equa al tasso periodale $j = 20\%$.

(a) $C =$ 120 euro

Relativamente al periodo di durata dell'operazione, calcolare:

- (b) l'interesse: 20 euro
 (c) il tasso di sconto: 16.67 %
 (d) l'intensità di interesse: 0.013333 mesi⁻¹
 (e) l'intensità di sconto: 0.011111 mesi⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare:

- (f) il tasso annuo di interesse: 15.7 %
 (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: 0.145857 anni⁻¹
 (h) il tasso semestrale di interesse: 7.565 %
 (i) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: 0.072929 semestri⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare:

- (j) il tasso annuo di interesse: 16 %
 (k) il tasso semestrale di interesse: 8 %

Esercizio 35

Determinare il tasso interno di rendimento annuo i dell'operazione finanziaria $\{-92, 3, 95\}/\{0.5, 1, 1.5\}$, essendo il tempo misurato in anni. Determinare inoltre la quantità x che bisogna aggiungere all'ultima posta per ottenere un tasso interno di rendimento annuo del 12%.

$$i = 6.628 \% \qquad x = 4.86510$$

Esercizio 36

Sia data una rendita perpetua, a rata costante anticipata $R = 10$ euro pagabile all'inizio di ogni anno. Determinare l'intensità istantanea semestrale δ della legge esponenziale che rende equa l'operazione di acquisto della rendita al prezzo $P = 100$ euro e calcolare il valore attuale della rendita in base a tale legge esponenziale. Determinare inoltre la variazione ΔP che deve subire il prezzo della rendita affinché l'operazione di acquisto abbia un t.i.r. semestrale del 25%.

$$\delta = 0.052680 \qquad V = 100 \qquad \Delta P = -72.222$$

Esercizio 37

Determinare il numero minimo m di semestralità con le quali si può ammortizzare un debito di 11 milioni di euro, a rata semestrale costante anticipata e al tasso annuo del 10%, nel caso che la rata non possa superare l'importo di 1 milione di euro. Determinare inoltre l'ammontare R della rata.

$$m = 16 \qquad R = 959548 \text{ euro}$$

Esercizio 38

Un capitale di 12 milioni di euro viene ammortizzato al tasso annuo $i = 8.5\%$, con quote capitali costanti e rate pagabili alla fine di ogni bimestre, in 4 mesi e 17 giorni, con una rata di preammortamento pagabile dopo 17 giorni. Assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni) e del mese (30 giorni), compilare il piano di ammortamento richiesto, indicando gli importi in euro.

	rata	quota capitale	quota interessi	debito residuo
I rata	46318	0	46318	12000000
II rata	6164274	6000000	164274	6000000
III rata	6082137	6000000	82137	0

Esercizio 39

Si consideri l'operazione di acquisto di un titolo a cedola nulla, con valore facciale $C = 100$ euro e vita a scadenza $m = 18$ mesi. Determinare prezzo di acquisto P che rende l'operazione di acquisto equa al tasso periodale $j = 25\%$.

(a) $P =$ 80 euro

Relativamente al periodo di durata dell'operazione, calcolare:

- (b) l'interesse: 20 euro
 (c) il tasso di sconto: 20 %
 (d) l'intensità di interesse: 0.013889 mesi⁻¹
 (e) l'intensità di sconto: 0.011111 mesi⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare:

- (f) il tasso annuo di interesse: 16.04 %
 (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: 0.148762 anni⁻¹
 (h) il tasso semestrale di interesse: 7.722 %
 (i) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: 0.074381 semestri⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare:

- (j) il tasso annuo di interesse: 16.67 %
 (k) il tasso semestrale di interesse: 8.333 %

Esercizio 40

Determinare il tasso interno di rendimento semestrale i dell'operazione finanziaria $\{-93, 4, 97\}/\{1, 2, 3\}$, essendo il tempo misurato in anni. Determinare inoltre la quantità x che bisogna aggiungere all'ultima posta per ottenere un tasso interno di rendimento semestrale del 6%.

$$i = 2.128 \% \qquad x = 15.9160$$

Esercizio 41

Sia data una rendita perpetua, a rata costante posticipata $R = 20$ euro pagabile alla fine di ogni anno. Determinare l'intensità istantanea semestrale δ della legge esponenziale che rende equa l'operazione di acquisto della rendita al prezzo $P = 100$ euro e calcolare il valore attuale della rendita in base a tale legge esponenziale. Determinare inoltre la variazione ΔP che deve subire il prezzo della rendita affinché l'operazione di acquisto abbia un t.i.r. semestrale del 25%.

$$\delta = 0.091161 \qquad V = 100 \qquad \Delta P = -64.444$$

Esercizio 42

Determinare il numero minimo m di semestralità con le quali si può ammortizzare un debito di 12 milioni di euro, a rata semestrale costante anticipata e al tasso annuo dell'8%, nel caso che la rata non possa superare l'importo di 1 milione di euro. Determinare inoltre l'ammontare R della rata.

$$m = 16 \qquad R = 985347 \text{ euro}$$

Esercizio 43

Un capitale di 13 milioni di euro viene ammortizzato al tasso annuo $i = 8.5\%$, con rate costanti pagabili alla fine di ogni trimestre, in 6 mesi e 17 giorni, con una rata di preammortamento pagabile dopo 17 giorni. Assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni) e del mese (30 giorni), compilare il piano di ammortamento richiesto, indicando gli importi in euro.

	rata	quota capitale	quota interessi	debito residuo
I rata	50178	0	50178	13000000
II rata	6701576	6433719	267857	6566281
III rata	6701576	6566281	135294	0

Esercizio 44

Si consideri l'operazione di acquisto di un titolo a cedola nulla, con prezzo di acquisto $P = 100$ euro, valore facciale $C = 130$ euro e vita a scadenza $m = 22$ mesi. Determinare il tasso periodale j dell'operazione di acquisto.

$$(a) j = 30 \%$$

Relativamente al periodo di durata dell'operazione, calcolare:

- (b) l'interesse: 30 euro
 (c) il tasso di sconto: 23.08 %
 (d) l'intensità di interesse: 0.013636 mesi⁻¹
 (e) l'intensità di sconto: 0.010485 mesi⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare:

- (f) il tasso annuo di interesse: 15.39 %
 (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: 0.143108 anni⁻¹
 (h) il tasso semestrale di interesse: 7.418 %
 (i) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: 0.071554 semestri⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare:

- (j) il tasso annuo di interesse: 16.36 %
 (k) il tasso semestrale di interesse: 8.182 %

Esercizio 45

Determinare il tasso interno di rendimento annuo i dell'operazione finanziaria $\{-94, 3, 97\}/\{0.5, 1, 1.5\}$, essendo il tempo misurato in anni. Determinare inoltre la quantità x che bisogna aggiungere all'ultima posta per ottenere un tasso interno di rendimento annuo del 12%.

$$i = 6.485 \% \quad x = 5.10510$$

Esercizio 46

Sia data una rendita perpetua, a rata costante anticipata $R = 20$ euro pagabile all'inizio di ogni semestre. Determinare l'intensità istantanea annuale δ della legge esponenziale che rende equa l'operazione di acquisto della rendita al prezzo $P = 100$ euro e calcolare il valore attuale della rendita in base a tale legge esponenziale. Determinare inoltre la variazione ΔP che deve subire il prezzo della rendita affinché l'operazione di acquisto abbia un t.i.r. annuo del 25%.

$$\delta = 0.446287 \quad V = 100 \quad \Delta P = 89.4427$$

Esercizio 47

Determinare il numero minimo m di annualità con le quali si può ammortizzare un debito di 13 milioni di euro, a rata annuale costante anticipata e al tasso semestrale del 5%, nel caso che la rata non possa superare l'importo di 2 milioni di euro. Determinare inoltre l'ammontare R della rata.

$$m = 10 \quad R = 1939651 \text{ euro}$$

Esercizio 48

Un capitale di 14 milioni di euro viene ammortizzato al tasso annuo $i = 8.5\%$, con quote capitali costanti e rate pagabili alla fine di ogni trimestre, in 6 mesi e 17 giorni, con una rata di preammortamento pagabile dopo 17 giorni. Assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni) e del mese (30 giorni), compilare il piano di ammortamento richiesto, indicando gli importi in euro.

	rata	quota capitale	quota interessi	debito residuo
I rata	54037	0	54037	14000000
II rata	7288462	7000000	288462	7000000
III rata	7144231	7000000	144231	0

Esercizio 49

Si consideri l'operazione di acquisto di un titolo a cedola nulla, con prezzo di acquisto $P = 200$ euro, valore facciale $C = 300$ euro e vita a scadenza $m = 30$ mesi. Determinare l'interesse I dell'operazione di acquisto.

(a) $I =$ 100 euro

Relativamente al periodo di durata dell'operazione, calcolare:

- (b) il tasso di interesse: 50 %
 (c) il tasso di sconto: 33.33 %
 (d) l'intensità di interesse: 0.016667 mesi⁻¹
 (e) l'intensità di sconto: 0.011111 mesi⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare:

- (f) il tasso annuo di interesse: 17.61 %
 (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: 0.162186 anni⁻¹
 (h) il tasso semestrale di interesse: 8.447 %
 (i) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: 0.081093 semestri⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare:

- (j) il tasso annuo di interesse: 20 %
 (k) il tasso semestrale di interesse: 10 %

Esercizio 50

Determinare il tasso interno di rendimento semestrale i dell'operazione finanziaria $\{-95, 4, 99\}/\{1, 2, 3\}$, essendo il tempo misurato in anni. Determinare inoltre la quantità x che bisogna aggiungere all'ultima posta per ottenere un tasso interno di rendimento semestrale del 6%.

$$i = 2.084 \% \qquad x = 16.4409$$

Esercizio 51

Sia data una rendita perpetua, a rata costante posticipata $R = 10$ euro pagabile alla fine di ogni semestre. Determinare l'intensità istantanea annuale δ della legge esponenziale che rende equa l'operazione di acquisto della rendita al prezzo $P = 100$ euro e calcolare il valore attuale della rendita in base a tale legge esponenziale. Determinare inoltre la variazione ΔP che deve subire il prezzo della rendita affinché l'operazione di acquisto abbia un t.i.r. annuo del 25%.

$$\delta = 0.190620 \qquad V = 100 \qquad \Delta P = -15.279$$

Esercizio 52

Determinare il numero minimo m di annualità con le quali si può ammortizzare un debito di 14 milioni di euro, a rata annuale costante anticipata e al tasso semestrale del 6%, nel caso che la rata non possa superare l'importo di 2 milioni di euro. Determinare inoltre l'ammontare R della rata.

$$m = 13 \qquad R = 1973942 \text{ euro}$$

Esercizio 53

Un capitale di 15 milioni di euro viene ammortizzato al tasso annuo $i = 8.5\%$, con rate costanti pagabili alla fine di ogni quadrimestre, in 8 mesi e 17 giorni, con una rata di preammortamento pagabile dopo 17 giorni. Assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni) e del mese (30 giorni), compilare il piano di ammortamento richiesto, indicando gli importi in euro.

	rata	quota capitale	quota interessi	debito residuo
I rata	57897	0	57897	15000000
II rata	7811528	7398031	413497	7601969
III rata	7811528	7601969	209559	0

Esercizio 54

Si consideri l'operazione di acquisto di un titolo a cedola nulla, con prezzo di acquisto $P = 250$ euro e valore facciale $C = 300$ euro. Determinare la durata m (in mesi) dell'operazione, affinché questa risulti equa secondo la legge esponenziale di tasso annuo $i = 12.5\%$.

$$(a) m = 18.5753 \text{ mesi}$$

Relativamente al periodo di durata dell'operazione, calcolare:

$$\begin{aligned} (b) \text{ l'interesse:} & 50 \text{ euro} \\ (c) \text{ il tasso di interesse:} & 20 \% \\ (d) \text{ il tasso di sconto:} & 16.67 \% \\ (e) \text{ l'intensità di interesse:} & 0.010767 \text{ mesi}^{-1} \\ (f) \text{ l'intensità di sconto:} & 0.008973 \text{ mesi}^{-1} \end{aligned}$$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare:

$$\begin{aligned} (g) \text{ l'intensità istantanea di interesse su base annua:} & 0.117783 \text{ anni}^{-1} \\ (h) \text{ il tasso semestrale di interesse:} & 6.066 \% \\ (i) \text{ l'intensità istantanea di interesse su base semestrale:} & 0.058892 \text{ semestri}^{-1} \end{aligned}$$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare:

$$\begin{aligned} (j) \text{ il tasso annuo di interesse:} & 12.92 \% \\ (k) \text{ il tasso semestrale di interesse:} & 6.46 \% \end{aligned}$$

Esercizio 55

Determinare il tasso interno di rendimento annuo i dell'operazione finanziaria $\{-96, 3, 100\}/\{0.5, 1, 1.5\}$, essendo il tempo misurato in anni. Determinare inoltre la quantità x che bisogna aggiungere all'ultima posta per ottenere un tasso interno di rendimento annuo del 12%.

$$i = 7.405 \% \quad x = 4.34510$$

Esercizio 56

Sia data una rendita perpetua, a rata costante anticipata $R = 10$ euro pagabile all'inizio di ogni anno. Determinare l'intensità istantanea semestrale δ della legge esponenziale che rende equa l'operazione di acquisto della rendita al prezzo $P = 100$ euro e calcolare il valore attuale della rendita in base a tale legge esponenziale. Determinare inoltre la variazione ΔP che deve subire il prezzo della rendita affinché l'operazione di acquisto abbia un t.i.r. semestrale del 25%.

$$\delta = 0.052680 \quad V = 100 \quad \Delta P = -72.222$$

Esercizio 57

Determinare il numero minimo m di semestralità con le quali si può ammortizzare un debito di 15 milioni di euro, a rata semestrale costante anticipata e al tasso annuo dell'11%, nel caso che la rata non possa superare l'importo di 1 milione di euro. Determinare inoltre l'ammontare R della rata.

$$m = 28 \quad R = 993001 \text{ euro}$$

Esercizio 58

Un capitale di 16 milioni di euro viene ammortizzato al tasso annuo $i = 8.5\%$, con quote capitali costanti e rate pagabili alla fine di ogni quadrimestre, in 8 mesi e 17 giorni, con una rata di preammortamento pagabile dopo 17 giorni. Assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni) e del mese (30 giorni), compilare il piano di ammortamento richiesto, indicando gli importi in euro.

	rata	quota capitale	quota interessi	debito residuo
I rata	61757	0	61757	16000000
II rata	8441063	8000000	441063	8000000
III rata	8220532	8000000	220532	0

Esercizio 59

Si consideri l'operazione di acquisto di un titolo a cedola nulla, con valore facciale $C = 300$ euro, vita a scadenza $m = 25$ mesi e tasso interno di rendimento su base annua $i = 15\%$. Determinare prezzo P che rende equa l'operazione di acquisto.

$$(a) P = 224.216 \text{ euro}$$

Relativamente al periodo di durata dell'operazione, calcolare:

$$\begin{aligned} (b) \text{ l'interesse:} & 75.7836 \text{ euro} \\ (c) \text{ il tasso di interesse:} & 33.8 \% \\ (d) \text{ il tasso di sconto:} & 25.26 \% \\ (e) \text{ l'intensità di interesse:} & 0.01352 \text{ mesi}^{-1} \\ (f) \text{ l'intensità di sconto:} & 0.010104 \text{ mesi}^{-1} \end{aligned}$$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare:

$$\begin{aligned} (g) \text{ l'intensità istantanea di interesse su base annua:} & 0.139762 \text{ anni}^{-1} \\ (h) \text{ il tasso semestrale di interesse:} & 7.238 \% \\ (i) \text{ l'intensità istantanea di interesse su base semestrale:} & 0.069881 \text{ semestri}^{-1} \end{aligned}$$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare:

$$\begin{aligned} (j) \text{ il tasso annuo di interesse:} & 16.22 \% \\ (k) \text{ il tasso semestrale di interesse:} & 8.112 \% \end{aligned}$$

Esercizio 60

Determinare il tasso interno di rendimento semestrale i dell'operazione finanziaria $\{-97, 4, 101\}/\{1, 2, 3\}$, essendo il tempo misurato in anni. Determinare inoltre la quantità x che bisogna aggiungere all'ultima posta per ottenere un tasso interno di rendimento semestrale del 6%.

$$i = 2.041 \% \quad x = 16.9659$$

Esercizio 61

Sia data una rendita perpetua, a rata costante posticipata $R = 20$ euro pagabile alla fine di ogni semestre. Determinare l'intensità istantanea annuale δ della legge esponenziale che rende equa l'operazione di acquisto della rendita al prezzo $P = 100$ euro e calcolare il valore attuale della rendita in base a tale legge esponenziale. Determinare inoltre la variazione ΔP che deve subire il prezzo della rendita affinché l'operazione di acquisto abbia un t.i.r. annuo del 25%.

$$\delta = 0.364643 \quad V = 100 \quad \Delta P = 69.4427$$

Esercizio 62

Determinare il numero minimo m di annualità con le quali si può ammortizzare un debito di 16 milioni di euro, a rata annuale costante anticipata e al tasso semestrale del 4%, nel caso che la rata non possa superare l'importo di 2 milioni di euro. Determinare inoltre l'ammontare R della rata.

$$m = 12 \quad R = 1979248 \text{ euro}$$

Esercizio 63

Sia dato un titolo a cedola fissa \mathbf{x} con valore facciale di 100 euro, tasso nominale annuo del 12 %, vita a scadenza di 10 anni e cedola semestrale. Si consideri la legge esponenziale di intensità istantanea di interesse $\delta = 0.091 \text{ anni}^{-1}$ e si determini il valore attuale $W(0, \mathbf{x})$ del titolo \mathbf{x} ed il valore montante M dopo 9 anni e 10 mesi dell'operazione finanziaria consistente nell'acquisto del titolo \mathbf{x} al prezzo $P = W(0, \mathbf{x})$.

$$W(0, \mathbf{x}) = 117.262 \qquad M = -104.40$$

Esercizio 64

Una banca propone un prestito 90 euro a fronte di un rimborso di 115 euro dopo 19 mesi. Determinare, relativamente al periodo di durata del prestito,

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| (a) l'interesse | 25 |
| (b) il tasso di interesse: | 27.78 % |
| (c) il tasso di sconto: | 21.74 % |
| (d) l'intensità di interesse: | 0.014620 mesi ⁻¹ |
| (e) l'intensità di sconto: | 0.011442 mesi ⁻¹ |

Si supponga di volere rimborsare il prestito dopo 24 mesi anziché 19. Determinare l'importo x che alla nuova scadenza è equo rimborsare secondo la legge di capitalizzazione esponenziale con stesso tasso annuo del prestito originale.

- | | |
|-----------|--------------|
| (f) $x =$ | 122.663 euro |
|-----------|--------------|

Esercizio 65

Sia dato il flusso di importi monetari $\mathbf{x} = \{x_0, x_1, x_2\}$, esigibili secondo lo scadenziario $\mathbf{t} = \{t_0, t_1, t_2\}$, ove:

$$\mathbf{x} = \{-55, 10, 50\} \text{ euro} \qquad \text{e} \qquad \mathbf{t} = \{0, 0.5, 1\} \text{ anni.}$$

Calcolare il tasso interno di rendimento i^* dell'operazione finanziaria \mathbf{x}/\mathbf{t} . Supponendo di volere posticipare la data di esigibilità dell'ultima posta di Δt_2 anni, si determini Δt_2 in modo che l'operazione finanziaria $\mathbf{x}/\{t_0, t_1, t_2 + \Delta t_2\}$ abbia un tasso interno di rendimento del 9%.

$$i^* = 9.976 \% \qquad \Delta t_2 = 0.11435 \text{ anni}$$

Esercizio 66

Una banca propone un prestito 100 euro, a fronte di un rimborso in due rate x_1 e x_2 , pagabili rispettivamente dopo 7 e 12 mesi. Sapendo che $x_1 = 50$ euro, determinare x_2 in modo che l'operazione finanziaria sia equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale al tasso annuo $i = 13\%$.

$$x_2 = 60.3879 \text{ euro}$$

Si supponga invece, di volere rimborsare il prestito in un'unica soluzione alla prima delle due scadenze. Si determini l'importo \tilde{x}_1 che, allo stesso tasso dell'operazione di partenza, è equo corrispondere a tale scadenza.

$$\tilde{x}_1 = 107.39 \text{ euro}$$

Di quest'ultima operazione finanziaria, determinare, relativamente al periodo di durata della stessa,

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| (a) il tasso di interesse: | 7.39 % |
| (b) il tasso di sconto: | 6.881 % |
| (c) l'intensità di interesse: | 0.010557 mesi ⁻¹ |
| (d) l'intensità di sconto: | 0.00983 mesi ⁻¹ |

Esercizio 67

Si consideri l'ammortamento a quota capitale costante di 10 milioni di euro in 40 anni, al tasso annuo $i = 11\%$ e a rata annuale posticipata. Si determini il valore R_{37} della 37-esima rata, lo si decomponga in quota capitale C_{37} e quota interessi I_{37} e si determini il debito residuo M_{37} dopo il pagamento di tale rata.

$$R_{37} = 360000 \text{ euro} \qquad C_{37} = 250000 \text{ euro} \qquad I_{37} = 110000 \text{ euro} \qquad M_{37} = 750000 \text{ euro}$$

Esercizio 68

Si consideri una rendita ventennale, a rata costante annuale posticipata di $R = 10$ euro. Determinare un prezzo P , in modo che l'operazione finanziaria di acquisto della rendita a tale prezzo risulti equa secondo la legge esponenziale di intensità istantanea $\delta = 0.085 \text{ anni}^{-1}$; si calcoli inoltre il t.i.r. i^* di tale operazione finanziaria. Determinare infine la variazione Δi^* che subisce il t.i.r. nell'ipotesi che, a parità di rata e prezzo, la rendita divenga perpetua.

$$P = 92.1262 \text{ euro} \quad i^* = 8.872 \% \quad \Delta i^* = 1.983 \%$$

Esercizio 69

Si consideri l'operazione di acquisto al tempo $t_0 = 0$ di un titolo a cedola nulla a $t_1 = 190$ giorni. Sapendo che il valore nominale del titolo è di 100 euro e che il prezzo è di 95 euro, calcolare, relativamente al periodo $[t_0, t_1]$,

- (a) il tasso di interesse: 5.263%
 (b) il tasso di sconto: 5%
 (c) l'intensità di interesse: $0.000277 \text{ giorni}^{-1}$
 (d) l'intensità di sconto: $0.000263 \text{ giorni}^{-1}$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare

- (e) il tasso annuo di interesse: 10.36%
 (f) il tasso semestrale di interesse: 5.05%
 (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: $0.098537 \text{ anni}^{-1}$
 (h) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: $0.049269 \text{ semestri}^{-1}$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare

- (i) il tasso annuo di interesse: 10.11%
 (j) il tasso semestrale di interesse: 5.055%

Esercizio 70

Si consideri un investitore che acquista un titolo a cedola nulla al prezzo di 4565 euro e lo rivende dopo 7 mesi a 4873 euro. Trascurando gravami fiscali e costi di transazione, calcolare, relativamente al periodo di durata dell'operazione,

- (a) il tasso di interesse: 6.74699%
 (b) il tasso di sconto: 6.32054%
 (c) l'intensità di interesse: $0.009639 \text{ mesi}^{-1}$
 (d) l'intensità di sconto: $0.009029 \text{ mesi}^{-1}$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare

- (e) il tasso annuo di interesse: 11.8432%
 (f) il tasso semestrale di interesse: 5.75595%
 (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: $0.111928 \text{ anni}^{-1}$
 (h) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: $0.055964 \text{ semestri}^{-1}$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare

- (i) il tasso annuo di interesse: 11.5663%
 (j) il tasso semestrale di interesse: 5.78313%

Esercizio 71

Si calcoli il tasso interno di rendimento della seguente operazione finanziaria: $\mathbf{x}/\mathbf{t} = \{0, 279, -207, -100\}$ euro/anni. Si determini inoltre l'importo \tilde{x}_0 in modo che l'operazione $\{\tilde{x}_0, x_1, x_2, x_3\}/\mathbf{t}$ risulti equa al tasso annuo dell'11%. Di quest'ultima operazione calcolare infine il tasso interno di rendimento \tilde{i}^* .

$$i^* = 7.527 \% \quad \tilde{x}_0 = -10.2264 \text{ euro} \quad \tilde{i}^* = 11 \%$$

Esercizio 72

Si consideri, al tempo $t_0 = 0$ un titolo a cedola fissa x , di vita a scadenza 7 anni, cedola semestrale, valore nominale 500 euro e tasso nominale annuo dell'11%. Si determini il valore attuale V del titolo, rispetto ad legge esponenziale di intensità istantanea $\delta = 0.087$. Si consideri inoltre l'operazione finanziaria consistente nell'acquisto del titolo x al prezzo $P = V$. Calcolare il valore montante M dell'operazione in $t = 6$ anni e 5 mesi.

$$V = 554.0638 \text{ euro} \quad M = -528.699 \text{ euro}$$

Esercizio 73

Si consideri l'operazione di acquisto, all'asta del 30 giugno 2017, di un BOT di valore nominale 5 000 euro, scadenza il 29 settembre 2017 e prezzo 4 896 euro. Si supponga che l'operazione sia esente da gravami fiscali e da costi di transazione. Calcolare, relativamente al periodo di durata dell'operazione,

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| (a) il tasso di interesse: | 2.12418 % |
| (b) il tasso di sconto: | 2.08 % |
| (c) l'intensità di interesse: | 0.000233 giorni ⁻¹ |
| (d) l'intensità di sconto: | 0.000229 giorni ⁻¹ |

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare

- | | |
|---|---------------------------------|
| (e) il tasso annuo di interesse: | 8.79644 % |
| (f) il tasso semestrale di interesse: | 4.30553 % |
| (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: | 0.084308 anni ⁻¹ |
| (h) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: | 0.042154 semestri ⁻¹ |

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare

- | | |
|---------------------------------------|-----------|
| (i) il tasso annuo di interesse: | 8.52007 % |
| (j) il tasso semestrale di interesse: | 4.26004 % |

Esercizio 74

Si consideri un investitore che, all'asta del 15 settembre 2016 acquista un BOT trimestrale, con scadenza il 15 dicembre dello stesso anno e valore di rimborso di 5 000 euro. Il prezzo di acquisto (lordo) è di 4 880 euro e tale titolo è gravato da un'imposta del 12.5% sull'interesse, che va pagata anticipatamente all'atto dell'acquisto (e quindi il prezzo netto del titolo tiene conto di tale gravame fiscale). Considerando i giorni effettivi di durata dell'operazione, calcolare le seguenti grandezze periodali:

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------|
| (a) il tasso di interesse lordo: | 2.45902 % |
| (b) l'intensità di interesse lorda: | 0.00027 giorni ⁻¹ |
| (c) il tasso di interesse netto: | 2.14505 % |
| (d) l'intensità di interesse netta: | 0.000236 giorni ⁻¹ |

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- | | |
|--|-----------------------------|
| (e) il tasso annuo di interesse lordo: | 10.2343 % |
| (f) l'intensità istantanea di interesse lorda su base annua: | 0.097438 anni ⁻¹ |
| (g) il tasso annuo di interesse netto: | 8.88562 % |
| (h) l'intensità istantanea di interesse netta su base annua: | 0.085128 anni ⁻¹ |

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- | | |
|--|-----------|
| (i) il tasso annuo di interesse lordo: | 9.86309 % |
| (j) il tasso annuo di interesse netto: | 8.60376 % |

Esercizio 75

Un debito di 88 000 euro è rimborsato in due rate di 50 000 e 40 000 euro, pagabili rispettivamente dopo 2 e 4 mesi. Si determini il tasso interno di rendimento i dell'operazione finanziaria risultante e lo si esprima in forma percentuale e su base annua. Si calcoli quindi il valore V del flusso rateale, secondo la legge esponenziale di tasso di interesse i . Si supponga infine di volere rimborsare l'intero debito in un'unica rata di x euro dopo 1 mese. Determinare il valore di x per il quale questa nuova operazione finanziaria ha lo stesso t.i.r. di quella precedente.

$$i = 9.79811 \% \quad V = 88 \text{ mila euro} \quad x = 88.6881 \text{ mila euro}$$

Esercizio 76

Si consideri un'operazione finanziaria che garantisce che il capitale investito raddoppia dopo cinque anni e sette mesi. Calcolare, relativamente al periodo di durata dell'operazione,

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| (a) il tasso di interesse: | 100 % |
| (b) il tasso di sconto: | 50 % |
| (c) l'intensità di interesse: | 0.179104 anni ⁻¹ |
| (d) l'intensità di sconto: | 0.089552 anni ⁻¹ |

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare

- | | |
|---|---------------------------------|
| (e) il tasso annuo di interesse: | 13.22 % |
| (f) il tasso semestrale di interesse: | 6.404 % |
| (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: | 0.124146 anni ⁻¹ |
| (h) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: | 0.062073 semestri ⁻¹ |

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare

- | | |
|---------------------------------------|---------|
| (i) il tasso annuo di interesse: | 17.91 % |
| (j) il tasso semestrale di interesse: | 8.955 % |

Esercizio 77

Si consideri un'operazione finanziaria che garantisce che il capitale investito triplica dopo otto anni e tre mesi. Calcolare, relativamente al periodo di durata dell'operazione,

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| (a) il tasso di interesse: | 200 % |
| (b) il tasso di sconto: | 66.67 % |
| (c) l'intensità di interesse: | 0.242424 anni ⁻¹ |
| (d) l'intensità di sconto: | 0.080808 anni ⁻¹ |

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare

- | | |
|---|---------------------------------|
| (e) il tasso annuo di interesse: | 14.24 % |
| (f) il tasso semestrale di interesse: | 6.885 % |
| (g) l'intensità istantanea di interesse su base annua: | 0.133165 anni ⁻¹ |
| (h) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale: | 0.066583 semestri ⁻¹ |

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare

- | | |
|---------------------------------------|---------|
| (i) il tasso annuo di interesse: | 24.24 % |
| (j) il tasso semestrale di interesse: | 12.12 % |

Esercizio 78

Si consideri l'ammortamento francese di una somma $S = 10$ milioni di euro in 50 semestri al tasso annuo $i = 7\%$. Si determini l'ammontare R della 21^a rata e la si decomponga in quota capitale C e quota interesse I .

$$R = 421796 \text{ euro} \quad C = 152878.3 \text{ euro} \quad I = 268917.7 \text{ euro}$$

Esercizio 79

Si consideri l'operazione finanziaria \mathbf{x}/\mathbf{t} , definita da: $\mathbf{x} = \{x_0, x_1, x_2\} = \{87, -50, -40\}$ euro, $\mathbf{t} = \{t_0, t_1, t_2\} = \{0, 2, 4\}$ mesi. Si determini il tasso interno di rendimento i dell'operazione e lo si esprima in forma percentuale e su base annua. Si consideri quindi una rendita immediata perpetua \mathbf{r} , a rata semestrale costante e posticipata R . Sapendo che il valore in 0 al tasso i della rendita è uguale a x_0 , si determini l'ammontare della rata. Sia infine \mathbf{y} l'operazione finanziaria di vendita della rendita \mathbf{r} al prezzo x_0 . Si determini il tasso interno di rendimento i' dell'operazione finanziaria somma $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ e lo si esprima in forma percentuale e su base annua (suggerimento: utilizzare le proprietà funzionali della legge esponenziale).

$$i = 15.1546 \% \quad R = 6.35979 \text{ euro} \quad i' = 15.1546 \%$$

Esercizio 80

Si consideri l'ammortamento di una somma $S = 12\,000\,000$ euro in 3 anni e 49 giorni a rata annuale costante posticipata, con rata di preammortamento pagabile dopo 49 giorni. Compilare il piano di ammortamento al tasso annuo $i = 8\%$, considerando per l'anno la durata civile (365 giorni).

	rata	quota capitale	quota interessi	debito residuo
1 ^a	124624	0	124624	12000000
2 ^a	4656402	3696402	960000	8303598
3 ^a	4656402	3992114	664288	4311483
4 ^a	4656402	4311483	344919	0

Esercizio 81

Si consideri l'ammortamento di una somma $S = 12\,000\,000$ euro in 3 anni e 132 giorni a quota capitale costante e rate annuali posticipate, con rata di preammortamento pagabile dopo 132 giorni. Compilare il piano di ammortamento al tasso annuo $i = 9\%$, considerando per l'anno la durata civile (365 giorni).

	rata	quota capitale	quota interessi	debito residuo
1 ^a	379876	0	379876	12000000
2 ^a	5080000	4000000	1080000	8000000
3 ^a	4720000	4000000	720000	4000000
4 ^a	4360000	4000000	360000	0

Esercizio 82

Si consideri l'operazione di acquisto di un BOT di valore nominale di 5000 euro a 93 giorni, al prezzo di 4892 euro (non comprensivo della ritenuta fiscale, che è del 12.5% sull'interesse lordo e che va pagata all'atto dell'acquisto). Relativamente al periodo di durata dell'operazione, calcolare:

- (a) il tasso di interesse lordo: 2.20769 %
 (b) il tasso di interesse netto: 1.92641 %
 (c) l'intensità di interesse lordo: 0.000237 giorni⁻¹
 (d) l'intensità di interesse netto: 0.000207 giorni⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- (e) il tasso annuo di interesse lordo: 8.94829 %
 (f) il tasso annuo di interesse netto: 7.77627 %
 (g) l'intensità istantanea di interesse lordo su base annua: 0.085703 anni⁻¹
 (h) l'intensità istantanea di interesse netto su base annua: 0.074887 anni⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- (i) il tasso annuo di interesse lordo: 8.66457 %
 (j) il tasso annuo di interesse netto: 7.56064 %

Esercizio 83

Si consideri l'ammortamento a quota capitale costante e rata posticipata di una somma $S = 10$ milioni di euro in 50 semestri al tasso annuo $i = 7\%$. Si determini l'ammontare R della 21^a rata, la si decomponga in quota capitale C e quota interesse I e si calcoli il debito residuo M dopo il pagamento di tale rata, indicando gli importi in euro.

$$\begin{aligned} R &= 406448 \text{ euro} & C &= 200000 \text{ euro} \\ I &= 206448 \text{ euro} & M &= 5800000 \text{ euro} \end{aligned}$$

Esercizio 84

Si consideri l'investimento di una somma $S = 6$ milioni di euro, al tasso annuo $i = 9\%$ in regime di interessi composti. Determinare il tempo T necessario, affinché il capitale investito produca un interesse $I = 900\,000$ euro.

$$(a) T = 1.621788 \text{ anni}$$

Dell'operazione di investimento calcolare, relativamente al periodo $[0, T]$:

$$\begin{aligned} (b) \text{ il tasso di interesse:} & 15 \% \\ (c) \text{ il tasso di sconto:} & 13.0435 \% \\ (d) \text{ l'intensità di interesse:} & 0.092491 \text{ anni}^{-1} \\ (e) \text{ l'intensità di sconto:} & 0.080427 \text{ anni}^{-1} \end{aligned}$$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

$$\begin{aligned} (f) \text{ il tasso annuo di interesse:} & 9 \% \\ (g) \text{ il tasso semestrale di interesse:} & 4.40307 \% \\ (h) \text{ l'intensità istantanea di interesse su base annua:} & 0.086178 \text{ anni}^{-1} \\ (i) \text{ l'intensità istantanea di interesse su base semestrale:} & 0.043089 \text{ semestri}^{-1} \end{aligned}$$

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

$$\begin{aligned} (j) \text{ il tasso annuo di interesse:} & 9.24905 \% \\ (k) \text{ il tasso semestrale di interesse:} & 4.62453 \% \end{aligned}$$

Esercizio 85

Si consideri l'ammortamento francese a rata quadrimestrale di una somma $S = 20$ milioni di euro al tasso annuo $i = 8\%$. Si determini il numero minimo di rate necessarie, nel caso in cui l'importo di ogni rata non possa superare le 700 000 euro. Si determini inoltre l'importo R_m dell'ultima rata e la relativa quota interesse I_m .

$$m = 53 \qquad R_m = 699243.4 \qquad I_m = 17710.03$$

Esercizio 86

Un individuo deve acquistare un'automobile. Il prezzo dell'automobile è di 20 000 euro e l'individuo deve scegliere fra due modalità di pagamento:

- (1) pagare in contanti, con uno sconto di 2 000 di euro;
- (2) pagare (senza sconto) in 20 rate mensili, secondo un piano di ammortamento francese al tasso annuo del 1%.

Si determini l'importo R della rata della modalità di pagamento (2). Si supponga inoltre che l'individuo svolga le sue considerazioni di equità secondo la legge esponenziale di tasso annuo $i = 8\%$. Si determini il valore attuale V del flusso rateale secondo tale legge e si stabilisca quale delle due modalità di pagamento l'individuo sceglierà.

$$R = 1008.733 \text{ euro} \quad V = 18873.715 \text{ euro} \quad \text{sceglierà: } \begin{cases} \text{X} & \text{la modalità (1)} \\ \square & \text{la modalità (2)} \\ \square & \text{indifferentemente (1) o (2)} \\ \square & \text{nessuna delle due} \end{cases}$$

Esercizio 87

Si consideri l'ammortamento francese di una somma $S = 1$ milione di euro in 50 mesi al tasso annuo $i = 9\%$. Si determini l'ammontare R dell'ultima rata e la si decomponga in quota capitale C e quota interesse I .

$$R = 23890.85 \text{ euro} \qquad C = 23719.89 \text{ euro} \qquad I = 170.9569 \text{ euro}$$

Esercizio 88

Sia dato un titolo a cedola fissa semestrale \mathbf{x} , di valore nominale $C = 200$ euro, tasso nominale annuo del 6% e vita a scadenza di 40 anni. Si consideri la legge esponenziale di intensità $\delta = 0.091 \text{ anni}^{-1}$. Si determini, in $t = 0$, il valore attuale W del titolo secondo la legge assegnata.

Si consideri quindi l'operazione finanziaria di acquisto del titolo in $t = 0$ al prezzo $P = W$ e se ne determini il valore residuo V in $t = 1$ (immediatamente dopo lo stacco cedola) secondo la stessa legge.

Si supponga infine di volere aumentare il prezzo del titolo, in modo da ottenere un'operazione con tasso interno di rendimento pari al 3% su base semestrale. Si determini l'entità ΔP di tale aumento.

$$W = 130.7577 \qquad V = 130.9355 \qquad \Delta P = 69.24234$$

Esercizio 89

Si consideri l'operazione finanziaria \mathbf{x}/\mathbf{t} , con $\mathbf{x} = \{0, -10, 21, -10\}$ euro e $\mathbf{t} = \{0, 2, 4, 6\}$ anni, e se ne determini il tasso interno di rendimento i^* .

Si supponga ora di volere modificare l'operazione, aggiungendo un importo x_0 al tempo $t = 0$, in modo da ottenere un t.i.r. dell'11%. Indicata questa nuova operazione con \mathbf{y}/\mathbf{t} , si calcoli l'importo x_0 che bisogna aggiungere.

Si consideri infine l'operazione \mathbf{z}/\mathbf{s} , consistente nell'acquisto alla pari di un titolo a cedola fissa annuale, di valore nominale 200 euro, tasso nominale del 11% e vita a scadenza di 10 anni. Si determini il t.i.r. $i^{*'}$ dell'operazione somma di \mathbf{y}/\mathbf{t} con \mathbf{z}/\mathbf{s} (suggerimento: ricordare le proprietà funzionali della legge esponenziale).

$$i^* = 17.0537 \% \qquad x_0 = -0.37072 \text{ euro} \qquad i^{*'} = 11 \%$$

Esercizio 90

Un capitale di 11 milioni di euro viene ammortizzato al tasso annuo $i = 8.5\%$, a quota capitale costante e rata mensile posticipata, in 7 mesi, con una rata di preammortamento pagabile dopo 4 mesi. Compilare il piano di ammortamento richiesto, indicando gli importi in euro.

	rata	quota capitale	quota interessi	debito residuo
I rata	303231	0	303231	11000000
II rata	3741703	3666667	75036	7333333
III rata	3716691	3666667	50024	3666667
IV rata	3691679	3666667	25012	0

Esercizio 91

Posto $R = 10$ euro ed $m = 20$ semestri, si considerino le seguenti operazioni:

\mathbf{x}/\mathbf{t} : l'operazione di acquisto, al tempo $t = 0$ e al prezzo $P_1 = 100$ euro, di una rendita a rata semestrale costante posticipata di R euro e di durata m semestri;

\mathbf{y}/\mathbf{s} : l'operazione di acquisto, al tempo $t = 0$ e al prezzo $P_2 = 105$ euro, di una rendita a rata semestrale costante anticipata di R euro e di durata m semestri.

Si consideri l'operazione differenza $\mathbf{z}/\mathbf{u} = \mathbf{x}/\mathbf{t} - \mathbf{y}/\mathbf{s}$ e se ne calcoli il tasso interno di rendimento su base annua i .

Si supponga inoltre di volere modificare l'operazione \mathbf{z}/\mathbf{u} , aggiungendo una posta x al tempo $t = 1$ semestre, in modo da ottenere un'operazione equa al tasso annuo dell'11%. Si determini la posta x da aggiungere.

Si suppongano infine perpetue, anziché temporanee, le due rendite delle operazioni \mathbf{x}/\mathbf{t} e \mathbf{y}/\mathbf{s} (ferme restando le rimanenti caratteristiche, le rate ed i prezzi). Determinare, in questo caso, W , il valore in 0 dell'operazione differenza $\mathbf{x}/\mathbf{t} - \mathbf{y}/\mathbf{s}$.

$$i = 7.17735 \% \qquad x = 1.557333 \text{ euro} \qquad W = -5 \text{ euro}$$

Esercizio 92

Determinare il numero minimo m di annualità con le quali si può ammortizzare, al tasso dell'8%, a quota capitale costante e a rata posticipata, un debito di 10 milioni di euro, se si è in grado di pagare in futuro non più di 2 milioni di euro alla fine di ogni anno. Determinare inoltre gli importi R_1 ed R_m della prima e dell'ultima rata, rispettivamente.

$$m = 9 \text{ anni} \qquad R_1 = 1911111 \text{ euro} \qquad R_m = 1200000 \text{ euro}$$

Esercizio 93

Si considerino due rendite \mathbf{r} e \mathbf{s} , entrambe immediate, di durata 81 semestri e con rata semestrale costante. La prima è posticipata e con rata di 10 euro. La seconda è anticipata e con rata di 5 euro. Si consideri una legge di valutazione esponenziale, di tasso annuo $i = 11\%$ e, secondo tale legge, si determini il valore attuale $V_1 = V(0, \mathbf{r})$ ed il valore attuale $V_2 = V(0, \mathbf{s})$. Si consideri quindi l'operazione finanziaria di acquisto del flusso $\mathbf{r} - \mathbf{s}$ al prezzo $P = V_1 - V_2$ e se ne determini il tasso interno di rendimento su base annua i^* . In base a quest'ultimo tasso, si determini infine il valore dopo 81 semestri del flusso $\mathbf{r} + \mathbf{s}$ e lo si indichi con V_3 .

$$V_1 = 183.962 \text{ euro} \quad V_2 = 96.9078 \text{ euro} \quad V_3 = 19234.7 \text{ euro} \\ i^* = 11 \quad \%$$

Esercizio 94

Si consideri l'operazione finanziaria $\mathbf{x}/\mathbf{t} = \{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1\}$, ove $\mathbf{x} = \{-98, 100\}$ euro e $\mathbf{t} = \{0, 90\}$ giorni (nello svolgimento di questo esercizio si utilizzi la durata commerciale dell'anno: 360 giorni).

Relativamente al periodo di durata dell'operazione, calcolare:

- (a) il tasso di interesse: 2.04082 %
 (b) l'intensità di interesse: 0.000227 giorni⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale, calcolare:

- (c) il tasso annuo di interesse: 8.41658 %
 (d) l'intensità istantanea di interesse su base annua: 0.080811 anni⁻¹

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare, calcolare:

- (e) il tasso annuo di interesse: 8.16327 %
 (f) il tasso semestrale di interesse: 4.08163 %

Si supponga infine di operare una dilazione Δt_1 della data di pagamento dell'importo x_1 , in modo che l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1 + \Delta t_1\}$ sia equa secondo la legge esponenziale di tasso annuo $i' = 6.77165\%$. Determinare l'entità di Δt_1 necessaria a tale scopo.

- (g) $\Delta t_1 =$ 21 giorni

Esercizio 95

Si consideri l'operazione finanziaria \mathbf{x}/\mathbf{t} , ove $\mathbf{x} = \{0, 80, 15, -102\}$ euro e $\mathbf{t} = \{0, 0.5, 1, 1.5\}$ anni.

Si determini il tasso interno di rendimento su base annua i dell'operazione e, in base a tale tasso, il valore residuo $V(t, \mathbf{x})$ in $t = 0.5$ del flusso \mathbf{x} . Si supponga quindi di volere acquistare, al tempo $t_0 = 0$, il flusso \mathbf{x} . Determinare con quale prezzo P l'operazione di acquisto del flusso \mathbf{x} al prezzo P risulta equa secondo la legge esponenziale di intensità $\delta = 0.091$ anni⁻¹.

$$i = 8.01323 \quad \% \quad V(t, \mathbf{x}) = 80 \quad \text{euro} \quad P = 1.151389 \quad \text{euro}$$

Esercizio 96

Si consideri un individuo che ottiene in prestito 100 000 euro, da rimborsarsi in due rate: la prima, pagabile dopo un semestre, di 55 263 euro; la seconda, pagabile dopo un anno, di 52 632 euro. Si determini il tasso interno di rendimento i dell'operazione finanziaria e lo si esprima in forma percentuale e su base annua. Si supponga quindi che l'individuo abbia la possibilità alternativa di rimborsare il prestito in cinque anni, secondo un piano di ammortamento francese a rata semestrale e con lo stesso tasso di interesse. Si determini l'ammontare della rata R e della quota interessi I relativa all'ultima rata.

$$i = 10.8037 \quad \% \quad R = 13116.581 \quad \text{euro} \quad I = 655.8485 \quad \text{euro}$$

Esercizio 97

Un individuo presta 100 euro al tempo $t_0 = 0$ e la controparte si impegna a restituirle in due rate da 55 euro, pagabili dopo cinque e dieci mesi, rispettivamente. Si determini il tasso interno di rendimento i dell'operazione finanziaria di prestito e lo si esprima in forma percentuale e su base annua. In riferimento alla legge esponenziale individuata da i , si calcoli inoltre $V(t_0)$, il valore residuo in t_0 dell'operazione finanziaria, ed $M(T)$, il valore montante della stessa dopo $T =$ sette mesi.

$$i = 16.5689 \quad \% \quad V(t_0) = 100 \quad \text{euro} \quad M(T) = 52.9318 \quad \text{euro}$$

Esercizio 98

Si consideri l'ammortamento di una somma $S = 500$ milioni di euro in 15 anni e 5 mesi: i primi 5 mesi corrispondono al periodo di preammortamento ed è prevista un'unica rata di preammortamento, pagabile alla fine di tale periodo; le rate successive sono a quota capitale costante e pagabili alla fine di ogni quadrimestre. Sapendo che il tasso annuo dell'ammortamento è $i = 9\%$, si calcoli anzitutto l'ammontare R_1 della rata di preammortamento, l'importo R_{32} della 32-esima rata e la relativa decomposizione in quota capitale C_{32} e quota interesse I_{32} .

$$\begin{aligned} R_{32} &= 15968189 \text{ euro} \\ R_1 &= 18279915 \text{ euro} & C_{32} &= 11111111 \text{ euro} \\ I_{32} &= 4857078 \text{ euro} \end{aligned}$$

Esercizio 99

Un individuo ottiene un prestito di 50 000 e si impegna a restituirlo in due rate: la prima da 30 000 euro, da pagarsi dopo quattro mesi, la seconda da 25 000 euro, da pagarsi dopo otto mesi. Si determini il tasso interno di rendimento i dell'operazione finanziaria così individuata e lo si esprima in forma percentuale e su base annua. In riferimento alla legge esponenziale individuata da i , si calcoli inoltre $M(s)$, il valore montante dopo $s =$ otto mesi dell'operazione finanziaria, e $V(T)$, il valore residuo della stessa dopo $T =$ due mesi.

$$i = 21.8579 \% \quad M(s) = 0 \text{ euro} \quad V(T) = -51674.814 \text{ euro}$$

Esercizio 100

Si consideri l'ammortamento di una somma $S = 50$ milioni di euro in 15 anni a rata costante e pagabile alla fine di ogni quadrimestre. Sapendo che il tasso annuo dell'ammortamento è $i = 9\%$, si calcoli l'importo R_{31} della 31-esima rata, la relativa decomposizione in quota capitale C_{31} e quota interesse I_{31} ed il debito residuo dopo il pagamento di tale rata M_{31} .

$$\begin{aligned} R_{31} &= 2008545 \text{ euro} & C_{31} &= 1305417 \text{ euro} \\ I_{31} &= 703128.7 \text{ euro} & M_{31} &= 22821873 \text{ euro} \end{aligned}$$

- Questo testo è fornito per uso personale degli studenti. Viene reso disponibile in forma preliminare, a supporto della preparazione dell'esame di Matematica Finanziaria.
 - Sono consentite la riproduzione e la circolazione in formato cartaceo o elettronico ad esclusivo uso scientifico, didattico o documentario, purché il documento non venga alterato in alcun modo sostanziale, ed in particolare mantenga le corrette indicazioni di data, paternità e fonte originale.
 - Non è consentito l'impiego di detto materiale a scopi commerciali se non previo accordo.
 - È gradita la segnalazione di errori o refusi.
- © Claudio Pacati e Roberto Renò.