

# Esercizi di Matematica Finanziaria

## Attività finanziarie in condizioni di certezza

**Claudio Pacati**

Università degli Studi di Siena

CLAUDIO.PACATI@UNISI.IT

**Roberto Renò**

Università degli Studi di Verona

ROBERTO.RENO@UNIVR.IT

Versione del 26 ottobre 2018

**Temi trattati in questa raccolta di esercizi:**

- Regime degli interessi semplici e composti
- Leggi di capitalizzazione finanziaria
- Valore di un'attività finanziaria
- Rendite e piani di ammortamento
- Tasso interno di rendimento

A pagina 14 le soluzioni di alcuni degli esercizi.

### Esercizio 1

Il signor Rossi chiede in prestito a Banca Verde 10 000 euro, da restituirsi dopo un anno e 3 mesi con un interesse di 840 euro. Si calcolino il tasso di interesse periodale  $j$  e il tasso interno di rendimento  $i^*$  in base annua dell'operazione.

Banca Blu è disponibile a prestare la stessa somma per lo stesso periodo e applica un tasso di interesse annuo semplice del 7.1%. Calcolare il tasso di interesse periodale  $j_B$  e il tasso interno di rendimento  $i_B^*$  in base annua dell'operazione proposta da Banca Blu.

Quale banca sceglierà il sig. Rossi, e perché?

### Esercizio 2

Il Ministero del Tesoro propone in asta di emissione BTP con varie scadenze. Determinare per ogni titolo il prezzo di emissione tale che il tasso interno di rendimento sia il 6.5% per ciascun BTP.

scadenza (anni)	nominale (euro)	tasso nom. annuo (%)
3	100	5
7	100	6
10	100	7

### Esercizio 3

Banca Rossa propone, per un prestito di  $S$  euro, una tipologia di mutuo così definita: restituzione in 4 rate semestrali posticipate, con TAN 4%, secondo un piano di ammortamento non standard in cui la quota capitale di ciascuna rata è  $i/5$  della quota capitale della rata precedente.

Si determini  $S$  e compili il piano di ammortamento, in modo che la rata di importo massimo sia esattamente di 50 000 euro.

### Esercizio 4

Una banca propone in prestito 15 000 euro a un imprenditore, da restituirsi dopo  $T$  anni con un interesse di 5 000 euro. Si determini  $T$ , sapendo che il tasso annuo composto del prestito è  $i = 4\%$ .

Un'altra banca propone in prestito la stessa somma per  $T'$  anni, al tasso annuo semplice  $i' = 5\%$ . Determinare  $T'$  in modo che l'importo che l'imprenditore dovrà restituire sarà lo stesso del prestito proposto dalla prima banca.

Si indichi infine a quale delle due banche si rivolgerà l'imprenditore.

### Esercizio 5

Si considerino due rendite  $r_1$  e  $r_2$ , entrambe immediate e a rata semestrale costante. La prima è posticipata e perpetua, con rata  $R_1 = 10$  euro. La seconda è anticipata, ha durata 13 semestri e ha rata  $R_2 = 100$  euro. Si determini anzitutto il valore attuale  $W$  del portafoglio  $x = r_1 + r_2$ , secondo una legge esponenziale di intensità istantanea di interesse  $\delta = 0.05 \text{ anni}^{-1}$ .

Si consideri quindi l'operazione finanziaria di acquisto al tempo zero del portafoglio  $x$  al prezzo  $W$ . Se ne determini il tasso interno di rendimento in base annua  $i^*$  e il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  sei mesi dopo l'acquisto, secondo la legge esponenziale di tasso annuo  $i^*$ .

### Esercizio 6

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per una somma di  $S$  euro, da restituirsi secondo un ammortamento in 6 rate trimestrali posticipate, di cui le prime tre di preammortamento e le rimanenti tre con rata costante. Il TAN applicato è 7% e ogni rata non può superare i 20 000 euro. Dopo aver calcolato il capitale massimo finanziabile, si compili il piano di ammortamento corrispondente.

**Esercizio 7**

Il signor Russo deve scegliere fra due modalità di investimento propostegli da due banche web:

- il *Conto Verde*, nel quale il capitale investito cresce al tasso  $i_V = 3\%$  annuo composto;
- il *Conto Giallo*, nel quale il capitale investito cresce al tasso  $i_G = 4\%$  annuo semplice.

Il signor Russo vuole mantenere il capitale investito fino a che la somma investita non sia aumentata di un quarto.

Si determini anzitutto il tempo  $T_V$  necessario a raggiungere l'obiettivo nel caso di investimento nel *Conto Verde* e il tasso di interesse periodale  $j_V$  per l'orizzonte  $[0, T_V]$ .

Si calcolino poi le analoghe grandezze  $T_G$  e  $j_G$  (per l'orizzonte  $[0, T_G]$ ) nel caso del *Conto Giallo*.

Si determini infine in quale dei due conti investirà il signor Russo.

**Esercizio 8**

La signora Bianchi ottiene da una finanziaria un prestito personale di 20 000 euro al tempo  $t = 0$ , che dovrà restituire in due rate trimestrali posticipate di 10 400 euro ciascuna. Si calcoli in tasso interno di rendimento  $i^*$  del finanziamento e lo si esprima in forma percentuale e su base annua.

Alla scadenza della seconda rata, la signora Bianchi non è in grado di fare fronte all'impegno e ottiene dalla finanziaria una dilazione di altri tre mesi, dovendo però in cambio aumentare la rata di altri 500 euro, a titolo di interessi di mora. Si calcoli il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  al tempo  $t = 6$  mesi secondo la legge esponenziale di tasso annuo  $i^*$  dell'operazione così modificata e si verifichi se questa è equa, motivando la risposta.

**Esercizio 9**

Un'azienda concorda un finanziamento da parte di un istituto di credito, da rimborsarsi in 4 rate annuali posticipate. Per esigenze di programmazione pluriennale, l'ammortamento viene costruito con le seguenti caratteristiche:

- tasso di ammortamento composto annuo è  $i = 6\%$ ,
- la quota capitale di ciascuna rata non supera i 100 000 euro,
- la successione delle quote capitali è crescente: ciascuna è il 110% di quella precedente.

Si calcoli l'importo massimo del finanziamento che l'azienda può ottenere a queste condizioni e si compili il piano di ammortamento con  $S = S_{\max}$ .

**Esercizio 10**

Il signor Bianchi vuole investire 10 000 euro fino a che non siano cresciuti a 12 000 euro.

Banca Rossi propone un conto deposito remunerato al tasso  $i = 3.5\%$  annuo composto. Quanti anni  $T$  ci vogliono per soddisfare l'obiettivo del signor Bianchi? In questi  $T$  anni quanto sarà il tasso interno di rendimento  $i^*$  dell'operazione?

Banca Verdi propone invece un conto deposito remunerato al tasso  $i' = 4.1\%$  annuo semplice. Quanti anni  $T'$  ci vogliono per soddisfare l'obiettivo del signor Bianchi? In questi  $T'$  anni quanto sarà il tasso interno di rendimento  $i'^*$  dell'operazione?

Quale banca sceglierà il sig. Bianchi, e perché?

**Esercizio 11**

Nel mercato secondario dei titoli di Stato, il BTP con vita residua un anno e cedola semestrale del 4% nominale annuo quota 98.3 per ogni 100 euro di nominale. Il Bund (titolo di Stato della Repubblica Federale Tedesca analogo al BTP) con stessa vita residua e cedola semestrale del 2% nominale annuo quota 100.5 per ogni 100 euro di nominale. Si calcolino i tassi interni di rendimento dei due titoli e lo spread fra i due, esprimendo i tassi in forma percentuale e in base annua e lo spread in punti base (cfr. 100 p.b. = 1%).

**Esercizio 12**

Il Mutuo Mandarinino prevede il prestito di una somma di  $S$  euro da rimborsare in 6 rate trimestrali posticipate al TAN 3%, con le seguenti caratteristiche:

- le prime due rate sono di preammortamento,
- la terza e la quarta rata rimborsano ciascuna un quarto del debito iniziale,
- le ultime due rate sono uguali.

Si compili il piano di ammortamento per un prestito di  $S = 10\,000$  euro.

**Esercizio 13**

Un investitore che ha a disposizione un patrimonio di  $S = 120\,000$  euro, è determinato ad accrescerlo fino al valore  $S' = 150\,000$ . A tale scopo ha a disposizione due possibilità: la prima è investire in un fondo che promette interessi composti al 3.7% all'anno. Ci calcoli il tempo  $T_C$  necessario per raggiungere il suo scopo.

La seconda è investire in un fondo che promette interessi semplici al 10% durante il primo anno, e successivamente composti, allo stesso tasso del fondo precedente. Si calcoli il tempo  $T_{SC}$  necessario a raggiungere il suo scopo in questo secondo caso.

**Esercizio 14**

Un investitore acquista un portafoglio di titoli di Stato del valore complessivo di 29 000 euro; dopo 6 mesi vende metà del portafoglio ricavando 15 000 euro; e dopo altri 6 mesi liquida la parte rimanente portafoglio ricavando 15 200 euro. Si calcoli il tasso interno di rendimento dell'operazione finanziaria complessiva (investimento iniziale e flussi di cassa successivi), esprimendolo in forma percentuale e su base annua.

Si calcoli il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  dell'operazione finanziaria complessiva al tempo  $t = 2$  mesi, secondo la legge esponenziale di tasso annuo  $i^*$ .

**Esercizio 15**

Un'azienda concorda un mutuo di  $S = 70\,000$  euro da rimborsarsi in 4 rate annuali posticipate. Per esigenze di programmazione pluriennale, l'ammortamento viene costruito con le seguenti caratteristiche:

- tasso annuo composto  $i = 6\%$ ,
- le prime tre quote capitali sono uguali fra loro,
- la quarta quota capitale è la metà della prima.

Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 16**

Una banca propone ad un imprenditore un finanziamento di  $S_0 = 100\,000$  euro, da restituirsi in un'unica soluzione dopo  $T = 4$  anni, con gli interessi calcolati al tasso annuo lineare del  $9.5\%$ . L'impresa obietta che il tasso è superiore al massimo previsto dalla normativa vigente, che prevede che il tasso interno di rendimento annuo per questo tipo di finanziamenti non possa superare il  $9\%$  annuo. Si calcoli il tasso interno di rendimento annuo  $i^*$  del finanziamento proposto e si determini se l'impresa ha ragione, motivando la risposta.

Indipendentemente dall'esito della verifica precedente, le due parti non riescono a mettersi d'accordo sulle condizioni del finanziamento, che vengono allora modificate come segue: stesso importo, stessa durata, ma interessi calcolati in modo composto al tasso massimo previsto dalla normativa. In riferimento a questa nuova proposta, se ne calcoli il tasso interno di rendimento in base annua  $i^{*'} e l'interesse  $I$  che l'impresa dovrà corrispondere alla scadenza.$

**Esercizio 17**

Un'impresa riceve un prestito di 450 mila euro, da restituirsi in due rate semestrali posticipate, rispettivamente di 225 e 245 mila euro. Si determini anzitutto il tasso interno di rendimento  $i^*$  dell'operazione.

Si calcoli quindi, in base alla legge esponenziale che rende equa l'operazione, il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  dell'operazione stessa un mese prima della scadenza della seconda rata.

**Esercizio 18**

Un'imprenditrice decide di accendere un mutuo per una somma di  $S = 500\,000$  euro, da restituirsi in 4 rate semestrali al tasso annuo  $i = 5\%$ . L'ammortamento del mutuo prevede che le quote capitali delle prime due rate siano uguali tra loro ( $C_1 = C_2$ ), che la loro somma  $C_1 + C_2$  sia uguale alla metà del debito iniziale e che le ultime due rate sia uguali fra loro ( $R_3 = R_4$ ). Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 19**

Una famiglia necessita di un prestito personale di  $S = 21\,000$  euro. Si rivolge ad una finanziaria, che le propone due possibilità, entrambe con rimborso alla scadenza di  $S = 24\,000$  euro. Nella (1) lo scambio è equo secondo la legge esponenziale di tasso annuo composto  $i_C = 7.1\%$ , nella seconda, secondo la legge lineare di tasso annuo semplice

$i_S = 8\%$ . Si determini la durata in anni  $T_1$  e  $T_2$  e il tasso interno di rendimento in base annua  $i_1^*$  e  $i_2^*$  del prestito nelle due modalità e si indichi quale delle due verrà scelta dalla famiglia.

**Esercizio 20**

L'amministratore delegato di un'azienda prevede di avere i seguenti movimenti finanziari legati alla attività aziendale: un'entrata immediata di 100 000 euro, un'uscita di 60 000 euro fra sei mesi e un'ulteriore uscita di 51 000 euro alla fine dell'anno. Si calcoli il tasso interno  $i^*$  di rendimento dell'attività dell'azienda e lo si esprima in forma percentuale e in base annua.

Alla fine del quarto mese, l'amministratore delegato viene a sapere che avrà un'entrata aggiuntiva imprevista di 2400 euro e può pertanto programmare ulteriore uscita  $U_8$  alla fine dell'ottavo mese. Si determini l'importo di tale ulteriore uscita, in modo che non cambi il tasso interno di rendimento dell'attività aziendale così modificata.

**Esercizio 21**

Un'azienda concorda un mutuo di  $S = 100\,000$  euro da rimborsarsi in 4 rate annuali posticipate. Per esigenze di programmazione pluriennale, l'ammortamento viene costruito con le seguenti caratteristiche:

- TAN  $9\%$ ,
- le prime due quote capitali sono entrambe uguali a  $S/4$ ,
- la ultime due rate sono uguali fra loro.

Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 22**

Si consideri l'investimento di 18 000 euro in due modalità: 1) in interessi semplici al tasso  $i_S = 4\%$ ; 2) in interessi composti al tasso  $i_C = 3.1\%$ . Si calcolino innanzitutto gli interessi  $I_1$  e  $I_2$  prodotti dai due investimenti in  $T = 3$  anni e 4 mesi.

Si calcoli poi il tempo  $T_1$  e  $T_2$  necessario a produrre un interesse di 5 000 euro nei due casi.

**Esercizio 23**

Si consideri un titolo a cedola fissa semestrale con tasso nominale annuo del  $4\%$ , maturità di 20 anni e valore nominale  $C = 100$ . Se ne calcoli il prezzo  $P$  secondo una legge esponenziale con tasso annuo  $i = 5\%$ .

Si consideri quindi l'operazione finanziaria di acquisto al tempo zero del portafoglio  $\mathbf{x}$  al prezzo  $P$ . Se ne determini il tasso interno di rendimento in base annua  $i^*$  e il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  due mesi dopo l'acquisto, secondo la legge esponenziale di tasso annuo  $i^*$ .

**Esercizio 24**

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per una somma di  $S$  euro, da restituirsi secondo un ammortamento in 4 rate trimestrali posticipate, tutte uguali fra loro. Il tasso annuo composto applicato è  $i = 4\%$  e ogni rata non può superare i 12 000 euro. Dopo aver indicato il capitale

massimo finanziabile, si compili il piano di ammortamento con  $S = S_{\max}$ .

### Esercizio 25

Un imprenditore ottiene in prestito  $S = 110\,000$  euro da un istituto di credito per 5 anni e 2 mesi e deve scegliere fra le seguenti condizioni del prestito: (a) rimborsare alla scadenza  $M_a = 210\,000$ ; (b) rimborsare alla scadenza il valore montante determinato al tasso annuo semplice del 10%. Si calcoli anzitutto il rimborso  $M_b$  nella modalità (b) e i tassi interni di rendimento in base annua  $i_a^*$  e  $i_b^*$  delle due condizioni di finanziamento.

Si individui poi quale delle due modalità sceglierà l'imprenditore.

### Esercizio 26

Un emittente di titoli obbligazionari vuole progettare un titolo a cedola fissa annuale con durata due anni e facciale  $C = 1\,000$  euro, in modo che il prezzo di emissione sia  $P = 1\,006$  euro e il tasso interno di rendimento in base annua sia  $i^* = 5\%$ . Si determini che cedola  $I$  deve fissare contrattualmente per soddisfare la richiesta.

Si calcoli inoltre: (1) quale tasso interno di rendimento in base annua  $i_1^*$  si avrebbe se, a parità di nominale e prezzo, la cedola fosse  $I_1 = 50$  euro; (2) quale prezzo  $P_2$  si avrebbe se, a parità di nominale, la cedola fosse  $I_2 = 50$  euro e il tasso interno di rendimento fosse  $i_2^* = 5\%$ .

### Esercizio 27

Una banca propone il *Mutuo Amaranto*, un prestito rimborsabile con 5 rate trimestrali al TAN 9%, con le seguenti caratteristiche:

- la prima rata è di preammortamento;
- la seconda e la quinta rata sono uguali e ciascuna delle due è un quarto del prestito iniziale;
- la quota capitale della terza rata è un quinto del prestito iniziale.

Si compili il piano di ammortamento per un prestito di 50\,000 euro.

### Esercizio 28

Un imprenditore vuole in prestito 10\,100 euro, da restituire dopo  $T_1 = 1$  anno e 11 mesi. La banca A è disposta a concederglielo al tasso annuo semplice  $i_S = 7.1\%$ . Si determini l'interesse  $I$  che l'imprenditore dovrà pagare alla scadenza e il tasso interno di rendimento  $i_1^*$  in base annua dell'operazione. La banca B gli propone in prestito la stessa somma, con lo stesso interesse, con durata dell'operazione  $T_2$  anni e tasso annuo composto  $i_C = 7.2\%$ . Si determini  $T_2$  e il tasso interno di rendimento  $i_2^*$  in base annua di questa seconda operazione.

A quale delle due banche conviene rivolgersi e per quale motivo?

### Esercizio 29

Si consideri al tempo  $t = 0$  l'operazione finanziaria di acquisto di un titolo a cedola fissa trimestrale, con durata

10 anni, nominale 2\,000 euro e quotato alla pari. Si assuma che il con tasso nominale annuo sia il 4%: si calcoli il tasso interno di rendimento  $i^*$  del titolo e lo si esprima in forma percentuale e su base annua.

Si assuma invece di volere che il tasso interno di rendimento risulti il  $i^{*'} = 3\%$  in base annua: che importo deve avere la cedola  $I$  affinché il t.i.r. risulti quello richiesto.

Si calcoli infine al tempo  $t = 2$  mesi e secondo la legge esponenziale di tasso annuo  $i^{*'}$  il valore  $W$  dell'operazione finanziaria di acquisto del titolo con la cedola  $I$  appena calcolata e lo si scomponga in valore montante  $M$  valore residuo  $V$ .

### Esercizio 30

La banca S.MAT.FIN. propone mutui a rata costante oppure a quota capitale costante, al tasso fisso annuale composto pari a  $i = 4.43\%$  e con rate posticipate mensili. Un investitore vuole accenderne uno per un importo  $S$  e della durata di 12 mensilità, sapendo di non poter pagare una rata massima superiore a  $R_{\max} = 450\text{€}$ .

- 1) Qual è l'importo massimo che può farsi prestare se sceglie la tipologia a rata costante?
- 2) Si compili la prima riga (prima rata) del corrispondente piano di ammortamento
- 3) qual è l'importo massimo che può farsi prestare se sceglie la tipologia a quota capitale costante?
- 4) Si compili la prima riga (prima rata) del corrispondente piano di ammortamento.

### Esercizio 31

Una Banca riceve la stessa richiesta di finanziamento da due imprese con lo stesso merito creditizio, di importo pari a  $S = 130\,000$  euro. La prima impresa (A) propone di rimborsare il finanziamento in un'unica soluzione, dopo 16 mesi, al tasso annuo lineare del 2.65%. La seconda impresa (B) propone di rimborsare il finanziamento in due rate uguali, pagabili dopo 8 e 16 mesi, calcolate con una legge esponenziale di tasso annuo 2.15%. Si determinino i tassi interni di rendimento delle due operazioni, esprimendoli in forma percentuale e su base annua, e la rata che l'impresa B propone di pagare.

Per motivi di bilancio, la Banca può scegliere di finanziare una sola delle due imprese. Quale sceglierà, e per quale motivo?

### Esercizio 32

Il Dipartimento del Tesoro decide di emettere un nuovo BTP con cedola semestrale e durata 4 anni e 6 mesi, con un tasso nominale annuo del 2.5%. Si calcoli il tasso interno di rendimento di tale BTP, nell'ipotesi di emissione alla pari, e lo si esprima in forma percentuale e in base annua.

Si consideri infine l'operazione di acquisto all'emissione del BTP al prezzo calcolato alla domanda precedente.

Se ne calcoli il valore montante e il valore residuo al tempo  $t = 3$  anni e 10 mesi, utilizzando la legge esponenziale.

**Esercizio 33**

L'impresa *Rossi & figlie* ha speso 200 000 euro per l'acquisto di un capannone e vuole ammortizzarne il costo in 5 esercizi annuali. L'ammortamento prevede che il tasso di interesse composto annuo sia  $i = 6.1\%$ , che la prima rata sia  $R_1 = 20\,000$  euro, che le quote capitali della seconda, terza e quarta rata siano uguali ( $C_2 = C_3 = C_4$ ) e che il debito residuo dopo il pagamento della quarta rata sia  $D_4 = 40\,000$ . Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 34**

Un'investitrice vuole investire  $S = 30\,000$  euro al fine di ottenere un interesse di  $I = 5\,750$  euro e ha a disposizione due possibilità: 1) interessi composti al tasso  $i_C = 3\%$ ; 2) interessi semplici al tasso  $i_S = i_C + 1\%$ . Determinare per quanto tempo deve investire il suo denaro in ciascuna delle due modalità, indicando i due risultati con  $T_C$  e  $T_S$ , rispettivamente, e riportandoli in anni.

Quale delle due modalità sceglierà, e per quale motivo?

**Esercizio 35**

Una banca, al tempo  $t = 0$ , ha in portafoglio due BTP:

BTP00001: con scadenza fra 2 anni, nominale 400 mln di euro e t.n.a. 3%;

BTP00002: con scadenza fra 1 anno e mezzo, nominale 350 mln di euro e t.n.a. 4%.

Si descriva anzitutto il portafoglio, indicando i flussi di cassa (vettore delle poste  $\mathbf{x}$ ) in mln e lo scadenziario  $\mathbf{t}$  in anni.

Assumendo che il prezzo del portafoglio al tempo zero sia di  $P = 700$  milioni, si determini il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  al tempo  $T = 1$  anno dell'operazione finanziaria di acquisto del portafoglio al tempo zero e al prezzo  $P$ , in base a una legge esponenziale di tasso annuo  $i = 10\%$ .

**Esercizio 36**

Il signor Russo che vuole farsi prestare da una finanziaria una somma di  $S$  euro, da restituirsì secondo un ammortamento non standard in 3 rate quadrimestrali posticipate. Il TAN applicato è 4% e la successione delle rate è decrescente: ciascuna rata è il 90% di quella precedente. Sapendo che il signor Russo non può permettersi di pagare più di 10 000 euro ogni quadrimestre, determinare l'importo massimo che può farsi prestare e compilare il piano di ammortamento con  $S = S_{\max}$ .

**Esercizio 37**

Il Ministero del Tesoro propone in asta di emissione un titolo a cedola fissa a quattro anni, con cedola biennale (pagata cioè ogni due anni) del 6% del nominale. Determinare il tasso interno di rendimento risultante dall'asta del titolo nelle seguenti ipotesi di prezzo di aggiudicazione riferito a 100 euro di nominale:  $P = 95$ ,  $P = 100$ ,  $P = 105$ , esprimendolo in forma percentuale e in base annua.

**Esercizio 38**

Un istituto di credito propone, per un prestito di  $S$  euro, una tipologia di mutuo così definita: restituzione in 4 rate semestrali posticipate, al TAN 3%, secondo un piano di ammortamento non standard con le seguenti caratteristiche:

- le prime due quote capitali sono uguali
- la terza e la quarta quota capitale sono uguali
- la prima quota capitale è il doppio della terza

Si determini  $S$  e compili il piano di ammortamento, in modo che la rata di importo massimo sia esattamente di 25 000 euro.

**Esercizio 39**

Si consideri l'investimento di una somma  $S = 25\,000$  euro in legge esponenziale con tasso semestrale pari al 6.2%. Si calcoli il tempo  $T$ , in anni, necessari per triplicare l'investimento e il tasso interno di rendimento dell'operazione di investimento per  $T$  anni, esprimendolo in forma percentuale e su base annua.

Si risponda alla medesima domanda nel caso in cui l'investimento avvenga in regime di interessi semplici allo stesso tasso semestrale.

**Esercizio 40**

Sul mercato, sono quotati un TCN a 6 mesi, con facciale 100 e prezzo 99, e un TCF a un anno con cedola semestrale, tasso nominale annuo del 3%, facciale 100 e prezzo 100. Si calcoli il tasso interno del rendimento del TCN, del TCF e del portafoglio formato da una quota del TCN e una del TCF, esprimendoli in forma percentuale su base annua.

**Esercizio 41**

Si consideri un mutuo non standard, acceso per una somma  $S = 90\,000$  euro, con 4 rate semestrali posticipate e tasso composto annuo  $i = 3\%$ , con le seguenti caratteristiche:

- le prime due rate sono uguali tra loro
- le ultime due rate sono uguali tra loro e sono la metà delle prime due.

Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 42**

Un investitore ha a disposizione una somma di  $S = 14\,000$  euro e vuole realizzare un interesse di 1 000 euro. La banca  $A$  gli propone un investimento al tasso annuo composto  $i_C = 4.5\%$ . Quanto tempo  $T_A$  (in anni) ci metterebbe l'investitore a raggiungere il suo obiettivo con tale investimento?

Quale è il tasso interno di rendimento  $i_A^*$  (in base annua) dell'operazione di investimento a queste condizioni per  $T_A$  anni?

La banca  $B$  gli propone un investimento al tasso annuo semplice  $i_S = 5.1\%$ . Quanto tempo  $T_B$  (in anni) sarebbe necessario in questo caso?



Quale è il tasso interno di rendimento  $i_B^*$  (in base annua) dell'operazione di investimento a queste condizioni per  $T_B$  anni?

Quale tipologia di investimento sceglierà l'investitore, e per quale motivo?

#### Esercizio 43

Sul mercato è quotato un BTP con tasso nominale annuo del 6% e tasso interno di rendimento del 12.5%. La scadenza del BTP è fra 7 anni. Si calcoli il prezzo del BTP riferito ad un facciale  $C = 100$  euro.

A parità di prezzo  $P$ , si calcoli quale t.n.a. dovrebbe avere il BTP per garantire un t.i.r. superiore di due punti percentuali rispetto a quello indicato in precedenza.

#### Esercizio 44

La banca Rossi propone mutui di questa tipologia: la durata è 5 trimestri, la prima rata è di preammortamento, le quote capitali delle seconda e della terza rata sono entrambe un terzo del debito iniziale, il debito residuo dopo il pagamento della quarta rata è il 28% del debito iniziale. Un cliente vuole accendere un mutuo per 51 000 euro e concorda con la banca un TAN del 7.2%. Si sviluppi il piano di ammortamento.

#### Esercizio 45

Una banca on-line propone un'opportunità di investimento denominata *Conto Verde*, per la quale i primi 10 000 euro investiti vengono remunerati al 6% annuo semplice, e gli importi oltre questa cifra al 2.4% annuo semplice. Il signor Rossi vuole investire 15 000 euro per un anno. Indicare l'interesse  $I$  che percepirà al termine dell'operazione e il tasso interno di rendimento  $i^*$  dell'investimento (in forma percentuale e in base annua).

Il signor Rossi, 4 mesi dopo avere effettuato l'investimento, si trova in difficoltà finanziarie e deve ritirare tutti i suoi soldi dal *Conto Verde*. Quale è l'interesse  $I'$  che percepisce e quale è il tasso interno di rendimento  $i^{*'} (in forma percentuale e in base annua) dell'operazione interrotta anticipatamente?$

#### Esercizio 46

Una banca si finanzia emettendo un titolo a cedola fissa ad un anno, con cedola semestrale al tasso nominale annuo del 9.8%, per un nominale totale di 200 milioni di euro. Sapendo che con quest'operazione incassa complessivamente 204 milioni di euro, si calcoli il tasso interno di rendimento di quest'operazione di finanziamento, esprimendolo in forma percentuale e su base annua.

Otto mesi dopo avere emesso il titolo, la banca deve redigere il bilancio e, tra le passività, deve inserire il prestito ottenuto. Le (bizzarre) regole contabili del paese in cui si trova la banca prevedono che debba iscrivere a bilancio il valore montante  $M$  dell'operazione finanziaria di finanziamento a quella data, calcolato secondo la legge esponenziale di tasso annuo il 5%. Si determini  $M$  e il valore residuo  $V$  dell'operazione, alla stessa data e secondo la stessa legge.

#### Esercizio 47

Si consideri un mutuo non standard, acceso per una somma  $S = 130\,000$  euro, con 4 rate semestrali posticipate al tasso annuo composto  $i = 5\%$ , con le seguenti caratteristiche:

- le quote capitali delle prime due rate sono uguali
- il debito residuo dopo il pagamento della seconda rata è il 60% del debito iniziale;
- la terza rata è di 40 000 euro.

Si compili il piano di ammortamento.

#### Esercizio 48

Un imprenditore accede ad un finanziamento di  $S_0 = 300\,000$  euro da restituire in un'unica soluzione dopo  $T = 4$  anni. Il tasso del finanziamento è lineare ed è pari al 4.6% annuo. Si calcoli l'ammontare  $S_4$  da restituire al tempo  $T$ , e il tasso interno di rendimento  $i^*$  del finanziamento, esprimendolo in forma percentuale e base annua.

Si risponda alle medesima domanda nel caso che gli interessi siano composti allo stesso tasso annuo.

#### Esercizio 49

Un'impresa riceve un prestito di 150 000 euro da restituire in  $m = 20$  rate trimestrali posticipate al tasso annuo composto  $i = 2.25\%$ . Si calcoli anzitutto il valore  $R$  della rata.

Dopo  $t = 4$  mesi, l'impresa decide di estinguere anticipatamente il debito, ripagando il valore residuo. Si calcoli il valore  $V_1$  da pagare per ripagare il debito nel caso si utilizzi lo stesso tasso precedente per la valutazione.

Si calcoli il valore  $V_1'$  nel caso in cui, invece, si utilizzi un tasso di due punti percentuali superiore a quello precedente.

#### Esercizio 50

Un imprenditore decide di accendere un mutuo per una somma di  $S = 400\,000$  euro, da restituirsì in 4 rate semestrali con TAN pari al 5%. L'ammortamento del mutuo prevede che le prime tre rate siano uguali fra loro, e la quarta rata sia il doppio della prima. Si compili il piano di ammortamento.

#### Esercizio 51

Un istituto di credito propone alla clientela il *Conto Lussemburghese di Deposito*, che remunera le somme depositate all'1.5% composto nel primo anno, al 2.1% composto nel secondo anno. Se una famiglia deposita 7 500 euro per  $T = 1$  anno e 6 mesi, a quale interesse  $I$  avrà diritto alla scadenza? E quale risulterà il tasso interno di rendimento  $i$  in base annua dell'operazione?

Per quanto tempo  $T'$  dovrebbe invece depositare la stessa somma se volesse ottenere un interesse  $I' = 250$  euro? E quale sarebbe il tasso interno di rendimento  $i'$  in base annua di questa seconda operazione?

#### Esercizio 52

Un'istituzione finanziaria compra una rendita  $r'$  immediata, a rata annuale posticipata costante  $R' = 100$  e durata 5 e

vende due quote di una rendita  $r''$  a rata annuale costante  $R'' = 50$ , durata 3 e differita di 2 anni. Si descriva anzitutto il vettore delle poste  $x$  e lo scadenziario  $t$  della posizione finanziaria complessiva dell'istituzione.

Supponendo che il costo complessivo sostenuto dall'istituzione per costituire la posizione sia  $P = 180$ , si calcoli il tasso interno di rendimento  $i^*$  dell'operazione, esprimendolo in forma percentuale e su base annua. Si calcoli inoltre il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  al tempo  $t = 1$  anno dell'operazione finanziaria di acquisto del portafoglio  $x$  al prezzo  $P$ , secondo la legge esponenziale individuata dal t.i.r..

### Esercizio 53

Un imprenditore decide di accendere un mutuo per una somma di  $S = 400\,000$  euro, da restituirsi in 4 rate annuali con TAN pari a 5%. Il mutuo prevede che la prima rata sia un quarto del debito iniziale, che la quota capitale della seconda rata sia un quarto del debito iniziale e che il debito residuo dopo il pagamento della terza rata sia il 30% del debito iniziale. Si compili il piano di ammortamento.

### Esercizio 54

Il signor Bianchi vuole acquistare un automobile del valore di 32 000 euro e ha a disposizione due piani di finanziamento. Il primo prevede il pagamento di 49 rate mensili costanti anticipate, al tasso annuo di interesse  $i_a = 6\%$ . Si calcoli il valore della rata  $R^{(a)}$  in questo caso.

Il secondo prevede il pagamento di 48 rate mensili costanti posticipate, più una maxi-rata finale, pagabile in aggiunta all'ultima rata mensile, di 5 000 euro; il tasso annuo complessivo di questa modalità è  $i_b = 5.5\%$ . Si calcoli il valore della rata  $R^{(b)}$  in questo secondo caso.

### Esercizio 55

Un investitore, al tempo  $t = 0$ , ha in portafoglio due titoli del Tesoro italiano:

- un BTP con scadenza 10 anni, tasso cedolare del 3.5% e valore nominale 68 000 euro;
- un CTZ con scadenza 2 anni e valore nominale 42 000 euro.

Si calcoli il flusso di cassa generato dall'investimento in  $t = 2$  anni.

Assumendo che il tasso interno di rendimento del portafoglio sia pari al 3.5% (in base semestrale), si calcoli il valore montante e il valore residuo del portafoglio in  $t = 0.75$ .

### Esercizio 56

Il signor Brown vuole farsi prestare da una finanziaria una somma di  $S$  euro, da restituirsi secondo un ammortamento in 4 rate trimestrali posticipate. Il tasso annuo applicato è  $i = 4\%$ . Il piano prevede che la prima rata sia di 10 000 euro, e che tutte le quote capitali siano uguali ( $C_1 = C_2 = C_3 = C_4$ ). Si calcoli l'importo massimo  $S_{\max}$  che può farsi prestare e si compili il piano di ammortamento con  $S = S_{\max}$ , giustificando adeguatamente gli importi inseriti.

### Esercizio 57

Sul mercato sono quotati due BOT, entrambi con nominale 100 euro. Il primo ha prezzo  $P_1 = 99.73$  e durata residua  $s_1 = 123$  giorni; il secondo ha prezzo  $P_2 = 99.61$  e durata residua  $s_2 = 192$  giorni. Si consideri la durata civile dell'anno (365 giorni). Si calcoli il rendimento annuo composto di entrambi i titoli.

Si calcoli poi il rendimento annuo semplice di entrambi i titoli.

### Esercizio 58

Un'impresa ha i seguenti impegni:

- un mutuo a rata annuale costante posticipata  $R = 10\,000$  euro per 13 anni;
- un debito di 100 000 euro da rimborsarsi in unica soluzione tra un anno e mezzo;
- un credito di 250 000 euro, che si vedrà rimborsato in 10 anni secondo un ammortamento a rata semestrale posticipata costante, con tasso annuo dell'ammortamento 3.5%.

Si indichino anzitutto i vettori dei tempi  $t$  e delle poste  $x$  della posizione netta complessiva.

Supponendo quindi che l'impresa svolga le sue valutazioni secondo una legge esponenziale di tasso annuo  $i = 5\%$ , si calcoli il valore attuale  $W$  della posizione netta complessiva e il valore residuo  $V$  al tempo  $t = 9$  mesi.

### Esercizio 59

Un imprenditore decide di accendere un mutuo per una somma di  $S = 400\,000$  euro, da restituirsi in 4 rate annuali con TAN pari a 5%. L'ammortamento del mutuo prevede che le quote capitali delle prime due rate siano la metà di quelle delle ultime due. Si compili il piano di ammortamento.

### Esercizio 60

Il signor Bianchi vuole investire  $S = 380\,000$  euro al fine di ottenere un interesse di  $I = 60\,000$  euro e ha a disposizione due possibilità: 1) interessi composti al tasso  $i_C = 5\%$ ; 2) interessi semplici al tasso  $i_S = i_C + 1\%$ . Determinare per quanto tempo deve investire il suo denaro in ciascuna delle due modalità, indicando i due risultati con  $T_C$  e  $T_S$ , rispettivamente, e riportandoli in anni.

Quale delle due modalità sceglierà, e per quale motivo?

### Esercizio 61

Il signor Granata vuole farsi prestare da una finanziaria una somma di  $S$  euro, da restituirsi secondo un ammortamento non standard in 3 rate quadrimestrali posticipate. Il tasso annuo composto applicato è  $i = 4\%$  e la successione delle rate è decrescente: ciascuna rata è l'80% di quella precedente. Sapendo che la rata massima è  $R_{\max} = 20\,000$ , determinare l'importo massimo  $S_{\max}$  che può farsi prestare e compilare il piano di ammortamento con  $S = S_{\max}$ .

**Esercizio 62**

Un investitore decide di investire un dato ammontare monetario  $S$  in regime di legge esponenziale al tasso annuo  $i_C$  per 4 anni e 4 mesi, che alla scadenza rimborsa il 20% in più di quanto investito. Si determini  $i_C$  e il tasso interno di rendimento  $i^*$  dell'operazione, esprimendolo in forma percentuale e su base annua.

Si risponda alla medesima domanda nel caso in cui l'investimento avvenga in regime di legge lineare, determinando cioè il tasso annuo semplice  $i_S$  tale che l'operazione alla scadenza rimborsi il 20% di quanto investito e il tasso interno di rendimento di questa operazione.

**Esercizio 63**

Nel mercato dei titoli di Stato sovrani europei sono quotati:

- un Bund (titolo a cedola fissa semestrale emesso dalla Repubblica Federale di Germania) con nominale 100 euro, prezzo 96.5 euro, cedola di 2 euro e scadenza un anno.
- un BTP con nominale 100 euro, scadenza un anno e cedola di 3.5 euro.

Si calcoli anzitutto il tasso interno di rendimento  $i_{\text{Bund}}^*$  del Bund. Sapendo poi che lo spread fra il BTP e il Bund è di 285 punti base (= 2.85%), si calcoli il tasso interno di rendimento  $i_{\text{BTP}}^*$  (in base annua) e la quotazione  $P_{\text{BTP}}$  del BTP.

**Esercizio 64**

Si consideri un mutuo non standard, acceso per una somma  $S = 120\,000$  euro, con 4 rate semestrali posticipate al TAN 2.25%, con le seguenti caratteristiche:

- la prima rata è di preammortamento
- la seconda rata è pari a  $R_2 = 20\,000$  euro.
- le ultime due quote capitali sono uguali tra loro ( $C_3 = C_4$ )

Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 65**

Un investitore ha a disposizione  $S = 12\,000$  euro e due modalità di investimento:

- 1) interessi composti al tasso annuo  $i_C = 4.5\%$ ;
- 2) interessi semplici al tasso  $i_S = 5\%$ .

Quale delle due forme di investimento sceglierà se il suo obiettivo è quello di ottenere un interesse di 2000 euro nel minor tempo possibile?

**Esercizio 66**

Si consideri un imprenditore che ottiene un finanziamento di 25000 euro, da restituire in due rate, dopo 8 e 16 mesi, rispettivamente di  $R_8 = 10\,000$  e di  $R_{16} = 16\,000$  euro. Si calcoli il tasso interno  $i^*$  di rendimento del finanziamento, esprimendolo in forma percentuale e in base annua.

Dopo avere pagato la prima rata, al momento di pagare la seconda l'imprenditore si trova nella possibilità di rimborsare solo  $R'_{16} = 10\,000$  euro; la banca accetta questo

pagamento ridotto a patto che egli paghi un'ulteriore rata  $R'_{24}$ , pagabile dopo 24 mesi (dall'inizio dell'operazione) e calcolata in maniera che il finanziamento complessivo resti equo secondo la stessa legge esponenziale. Si calcoli l'importo di questa rata.

**Esercizio 67**

Si consideri un mutuo non standard, acceso per una somma  $S = 120\,000$  euro, con 4 rate trimestrali posticipate al tasso annuo composto  $i = 5\%$ , con le seguenti caratteristiche:

- le prime due rate sono uguali
- la terza e la quarta rata sono uguali
- la terza rata è il doppio della prima

Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 68**

Un investitore che ha a disposizione un capitale da investire di  $S = 20\,000$  euro per la durata  $T = 4$  anni e 6 mesi, deve scegliere tra due modalità di investimento: 1) interessi composti al tasso  $i_C = 3\%$ ; 2) interessi semplici al tasso  $i_S = i_C + 1\%$ . Quale delle due modalità sceglierà, e per quale motivo?

Si calcoli il tasso interno di rendimento della modalità prescelta, esprimendolo in forma percentuale e su base annua.

**Esercizio 69**

Si consideri un investimento in un portafoglio dal valore, in  $t = 0$ , di 120 milioni di euro. Il portafoglio è costituito interamente da BTP con t.n.a. del 7% e scadenza  $T = 4$  anni, e ha un rendimento annuo (espresso in termini di t.i.r.) del 2.5%. Si calcoli il flusso di cassa garantito dall'investimento, nei tempi  $t_1 = 1$  anno e  $T = 4$  anni.

Nel caso di acquisto del portafoglio al tempo  $t = 0$ , se ne calcoli il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  in  $t' = 9$  mesi, utilizzando per il calcolo una legge esponenziale con un t.i.r. identico al rendimento annuo del portafoglio stesso.

**Esercizio 70**

Un imprenditore si rivolge a due banche (banca A e banca B) per ottenere un prestito di  $S = 140\,000$  euro. La banca A gli offre un finanziamento da restituire in due rate semestrali pari a  $R = 71\,000$  euro. La banca B gli propone invece un finanziamento al tasso semplice di  $i_S = 5.5\%$ , da restituire in un'unica soluzione dopo  $T = 1$  anno e 2 mesi. Si determinino i tassi interni di rendimento dei due finanziamenti, esprimendoli in forma percentuale e su base annua.

Quale dei due finanziamenti sceglierà l'imprenditore, e per quale motivo?

**Esercizio 71**

Una famiglia acquista un portafoglio finanziario del valore complessivo, in  $t = 0$ , di 80000 euro, composto interamente da BTP con maturità di 10 anni e con t.n.a. del 3.5%.



Sapendo che il rendimento del portafoglio (espresso in termini di t.i.r.) è del 7.2% si calcoli il flusso di cassa (= pagamento) garantito dall'investimento ai tempi  $T_1 = 1$  anno e  $T_2 = 10$  anni.

Si calcoli il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  dell'investimento in  $T_3 = 9$  anni e 5 mesi, in base alla legge esponenziale di tasso annuo il t.i.r. del portafoglio

### Esercizio 72

Un imprenditore decide di accendere un mutuo per una somma di  $S = 140\,000$  euro, da restituirsi in 4 rate trimestrali al tasso annuo composto  $i = 4\%$ . Il mutuo prevede che la prima rata sia di preammortamento, che la seconda e la terza siano uguali fra loro ( $R_2 = R_3$ ) e che la quarta rata sia il doppio della seconda ( $R_4 = 2R_2$ ). Si compili il piano di ammortamento.

### Esercizio 73

Un'imprenditrice necessita di un finanziamento di  $S = 110\,000$  euro, da restituirsi dopo sei mesi. Si rivolge ad un istituto di credito, che le propone due possibilità: (1) finanziamento con interessi da pagarsi alla scadenza e calcolati al tasso annuo composto  $i_C = 8\%$ , (2) come il precedente ma usando il tasso annuo semplice  $i_S = 7.1\%$ . Si determini il tasso interno di rendimento delle due modalità e quale sceglierà l'imprenditrice.

In fase di stipula del contratto, l'imprenditrice scopre che, alla scadenza, oltre a restituire il capitale e gli interessi, dovrà anche pagare delle spese, diverse nelle due tipologie: nella (1) 1 000 euro, nella (2) 1 600 euro. Si determini il TAEG (= tasso interno di rendimento dell'operazione comprensiva delle spese) delle due modalità e se, a seguito delle spese, l'imprenditrice rivedrà la sua scelta.

### Esercizio 74

Il signor Rossi ottiene un prestito di 20 000 euro al tempo  $t = 0$ , che dovrà restituire in due rate semestrali posticipate di 10 400 euro ciascuna. Si calcoli in tasso interno di rendimento  $i^*$  del finanziamento e lo si esprima in forma percentuale e su base annua.

Alla scadenza della seconda rata, il signor Rossi non è in grado di fare fronte all'impegno e ottiene dalla finanziaria una dilazione di altri sei mesi, dovendo però in cambio aumentare la rata di altri 1 000 euro, a titolo di interessi di mora. Si calcoli il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  al tempo  $t = 6$  mesi secondo la legge esponenziale di tasso annuo  $i^*$  dell'operazione così modificata e si verifichi se questa è equa, motivando la risposta.

### Esercizio 75

Un'azienda concorda un mutuo di  $S = 100\,000$  euro da rimborsarsi in 4 rate annuali posticipate. Per esigenze di programmazione pluriennale, l'ammortamento viene costruito con le seguenti caratteristiche:

- tasso di ammortamento (TAN) pari al 3.48%,
- le prime tre quote capitali sono uguali fra loro,
- la quarta quota capitale è doppio della prima.

Si compili il piano di ammortamento.

### Esercizio 76

Il sig. Pepe ha un conto presso una banca con  $S = 25\,000$  euro, che vengono remunerati a tasso zero. Per questo si rivolge ad un'altra banca, che gli propone un conto remunerato all'1.3% annuo composto. Le spese di chiusura conto presso la vecchia banca sono pari a  $Q = 500$  euro. Quanto tempo  $T$  gli occorrerebbe, chiudendo il vecchio conto ed aprendo quello presso la nuova banca, per tornare al patrimonio originale?

Per non perdere il cliente, la vecchia banca offre al cliente nuove condizioni, che prevedono la remunerazione del deposito al tasso annuo semplice del 2%. Il cliente ha in mente di depositare il patrimonio per 2 anni. Quale scelta dovrebbe compiere il cliente, e per quale motivo?

### Esercizio 77

Una famiglia investe il proprio patrimonio, al tempo  $t_0 = 0$ , in 1) un TCF quinquennale con cedola semestrale con tasso nominale annuo del 2%, prezzo  $P_1 = 10\,000$  euro, e in 2) un TCN con scadenza due anni e prezzo  $P_2 = 5\,000$  euro. Il tasso interno di rendimento di entrambi i titoli è pari a  $i^* = 5.5\%$  in base annua. Si determinino i flussi di cassa dell'investimento ai tempi  $t_2 = 2$  anni e  $t_5 = 5$  anni.

Si calcoli quindi, in base alla legge esponenziale di tasso  $i = i^*$ , il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  al tempo  $t' = 4$  anni e 2 mesi dell'operazione di investimento.

### Esercizio 78

Un'azienda accende un mutuo per una somma di  $S = 500\,000$  euro, da restituirsi entro un anno con 4 rate trimestrali con TAN 5%. L'ammortamento del mutuo prevede che la prima rata sia di preammortamento, e le ultime tre rate abbiano quote capitale crescenti del 20% ciascuna ( $C_3$  è il 20% in più di  $C_2$ ,  $C_4$  è il 20% in più di  $C_3$ ). Si compili il piano di ammortamento.

### Esercizio 79

Un capitale pari a  $S$  euro viene investito per  $T = 3$  anni e 8 mesi in regime di interessi semplici al tasso annuo  $i = 6.46\%$ , e l'interesse percepito risulta pari a 975 euro. Si determini il capitale  $S$  investito.

Si calcoli il tasso interno di rendimento dell'operazione di investimento precedente, esprimendolo in forma percentuale e in base annua.

### Esercizio 80

Si considerino due rendite  $R_1$  ed  $R_2$ , entrambe posticipate e trimestrali e con rata pari a  $R = 1200$  euro, la prima perpetua, mentre la seconda con durata  $m = 40$ . Si calcoli il valore  $W$  del portafoglio composto da  $R_1 + R_2$ , utilizzando una legge esponenziale di intensità  $\delta = 0.036$  anni<sup>-1</sup>.

Si risponda alla stessa domanda nel caso in cui le rendite siano anticipate.

In riferimento al caso delle rendite posticipate, si calcoli il valore residuo  $V$  del portafoglio composto da  $R_1 + R_2$  in  $t = 4$  mesi.

### Esercizio 81

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per una somma di  $S$  euro, da restituirsi secondo un ammortamento in 6 rate quadrimestrali posticipate di cui le prime tre di preammortamento e le rimanenti tre con quote capitali costanti. Il tasso annuo applicato composto è  $i = 3\%$  e ogni rata non può superare i 1 500 euro. Dopo aver indicato il capitale massimo finanziabile si compili il piano di ammortamento con  $S = S_{\max}$ .

### Esercizio 82

Un investitore deposita la somma  $S = 125\,000$  euro nel *Conto Uni*, che viene remunerato al tasso semplice del 4.2% annuo. Quale sarà l'interesse  $I$  maturato dopo  $T = 2$  anni di deposito, e quale il tasso interno di rendimento  $i^*$  corrispondente? (si esprima il t.i.r. in base annua e forma percentuale)

Per quanto tempo  $T'$  dovrebbe invece depositare la stessa somma se volesse raddoppiare il capitale investito? E quale sarebbe il tasso interno di rendimento  $i^{*'}$  in base annua di questa seconda operazione?

### Esercizio 83

Una famiglia investe, in  $t = 0$ , il proprio portafoglio di  $S = 50\,000$  euro in BTP trentennali con tasso nominale annuo 6.5% e tasso interno di rendimento  $i^* = 1.3\%$ . Si calcoli il flusso di cassa prodotto dall'investimento al tempo  $t_1 = 6$  mesi e al tempo  $t_2 = 30$  anni.

Si calcoli il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  dell'investimento al tempo  $t_3 = 8$  mesi.

### Esercizio 84

Un'impresa edile finanzia il proprio cantiere con un mutuo per una somma di  $S = 900\,000$  euro, da restituirsi in 4 rate biennali al tasso annuo (TAN) pari al 5.75%. Il mutuo prevede che le prime tre rate  $R_1, R_2, R_3$  siano pari  $R = 200\,000$  euro. Si compili il piano di ammortamento.

### Esercizio 85

Si consideri l'investimento di una somma  $S = 25\,000$  euro in due parti: una parte  $S_1$  è investita in interessi semplici al 10% annuo; il rimanente  $S_2 = S - S_1$  è investito in interessi composti al 5% annuo. Sapendo che dopo 4 anni l'investimento ha fruttato un interesse pari a 6 000 euro, si calcoli la quantità in euro  $S_1$  investita in interessi semplici, il tasso interno di rendimento  $i^*$  (complessivo) dell'investimento e quanto sarebbe stato l'interesse  $I'$  se l'intera somma  $S$  fosse stata investita in interessi composti.

### Esercizio 86

A un'emissione, lo Stato Italiano emette BTP per un nominale complessivo di 10 mld di euro, con durata 4 anni e

tasso nominale annuo del 4%. Sapendo che il tasso interno di rendimento su base annua realizzato in asta è stato del  $i = 5.76\%$ , si calcoli il valore  $V$  incassato in asta dallo Stato. Si calcoli poi quanto sarebbe stato il tasso interno di rendimento  $i'$  se lo stato avesse incassato esattamente  $V' = 10$  mld.

### Esercizio 87

Si consideri un mutuo acceso per una somma  $S$ , con 4 rate trimestrali posticipate con TAN pari al 6.36%, con le seguenti caratteristiche:

- la prima rata è di preammortamento
- la seconda e la terza quota capitale sono uguali
- la quarta quota capitale è la metà della seconda

Si calcoli la massima somma  $S$  che ci si può permettere se la rata trimestrale non può superare  $R = 3\,000$  euro e si compili il piano di ammortamento.

### Esercizio 88

Una banca propone un nuovo conto corrente che prevede che il tasso di interesse (composto) aumenti di 1 punto percentuale ogni 3 anni, partendo dal tasso  $i = 0.5\%$ . Si calcoli l'interesse che sarebbe prodotto dall'investimento in tale conto corrente di 50,000€ in 7 anni. Utilizzando un calcolatore, si calcoli il tempo necessario affinché il capitale investito raddoppi di valore.

### Esercizio 89

Si consideri l'acquisto di un BTP in data 15 ottobre 2016, con scadenza 21 febbraio 2040. Il BTP quota al corso secco di 141.27, e ha un tasso nominale annuo del 2.2%. Si calcoli il numero massimo di BTP acquistabili avendo a disposizione 120 000€ (il taglio minimo acquistabile in termini di facciale è 1 000 euro).

### Esercizio 90

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per una somma di  $S$  euro, da restituirsi secondo un ammortamento in 6 rate semestrali posticipate, di cui:

- le prime tre di preammortamento,
- la quinta e la sesta con la stessa quota capitale, che è metà della quota capitale della quarta rata.

Il tasso interno di rendimento del mutuo è  $i^* = 7\%$  e ogni rata non può superare i 20 000 euro. Dopo aver indicato il capitale massimo finanziabile si compili il piano di ammortamento con  $S = S_{\max}$ .

### Esercizio 91

Si consideri l'investimento di una somma  $S = 25\,000$  euro in legge esponenziale con tasso semestrale pari al 6.2%. Si calcoli il tempo  $T$ , in anni, necessari per triplicare l'investimento e il tasso interno di rendimento dell'operazione di investimento per  $T$  anni, esprimendolo in forma percentuale e su base annua.

Si risponda alla medesima domanda nel caso in cui l'investimento avvenga in regime di interessi semplici allo stesso tasso semestrale.

**Esercizio 92**

Alla nascita del proprio figlio, al tempo  $t = 0$ , una famiglia sottoscrive un piano di accumulo che prevede il versamento di una quota trimestrale, pari a  $R = 560\text{€}$ , fino al compimento del 18esimo anno di età del figlio. Il tasso annuo utilizzato per il calcolo degli interessi è  $i = 2.6\%$ . Si calcoli il capitale accumulato a scadenza del piano. La famiglia considera anche un secondo piano d'accumulo, che prevede il versamento di  $R$  fino al compimento del decimo anno di età, e di  $R$  maggiorata del 15% dal decimo al 18esimo anno di età. Allo stesso tasso utilizzato in precedenza, si calcoli il capitale accumulato a scadenza per questo secondo piano di accumulo.

**Esercizio 93**

Si consideri un mutuo non standard, acceso per una somma  $S = 90\,000$  euro, con 4 rate semestrali posticipate e TAN 8.92%, con le seguenti caratteristiche:

- le prime due rate sono uguali tra loro
- le ultime due rate sono uguali tra loro e sono la metà delle prime due.

Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 94**

Un investitore detiene in  $t = 0$  un contratto che prevede che gli vengano corrisposti 2000€ dopo un anno, 2000€ dopo due anni e 1000€ dopo tre anni. Si calcoli il valore  $W_1$  in  $t = 0$  dell'investimento in regime di legge esponenziale, con intensità istantanea di interesse  $\delta = 0.05$  anni<sup>-1</sup>.

Si calcoli il valore  $W_2$  in  $t = 0$  dell'investimento in regime di legge lineare (legge di sconto razionale), al tasso annuo semplice  $i = 6\%$ .

Supponendo infine che il prezzo di acquisto in  $t$  sia uguale a  $W_2$ , si calcoli in  $t = 1$  anno e 2 mesi il valore montante  $M$  dell'investimento secondo la legge esponenziale di intensità istantanea di interesse  $\delta$ .

**Esercizio 95**

Un'azienda riceve un finanziamento in due rate semestrali anticipate, di importo costante pari a  $R = 100\,000\text{€}$ , e si impegna a rimborsare il debito a fine anno, con il pagamento in unica soluzione di  $S = 240\,000\text{€}$ . Si calcoli il tasso interno di rendimento del finanziamento, e lo si esprima in forma percentuale e su base annua.

Nell'ipotesi che l'azienda differisca il rimborso di un anno, si indichi la somma  $S'$  che è equo rimborsare secondo una legge esponenziale di tasso annuo  $i^*$ .

Si calcoli infine la variazione  $\Delta R$  delle rate semestrali, in modo tale che l'operazione finanziaria descritta al primo punto produca un tasso interno di rendimento di mezzo punto percentuale inferiore a quello calcolato in precedenza.

**Esercizio 96**

Si consideri l'operazione finanziaria di acquisto, alla data odierna e al prezzo di  $P = 200$  euro, di una rendita perpetua immediata e posticipata a rata mensile costante di

$R = 1$  euro e se ne calcoli il tasso interno di rendimento  $i^*$ , esprimendolo in forma percentuale e su base annua. Si calcoli quindi il valore (complessivo)  $W$  dell'operazione finanziaria dopo 10 anni e secondo la legge esponenziale individuata da  $i^*$  e lo si scomponga in valore montante  $M$  e valore residuo  $V$ .

**Esercizio 97**

Si consideri l'acquisto di uno titolo ZCB con scadenza fra sei mesi e prezzo di 96.50 euro a fronte di un nominale di 100 euro. Si calcoli l'interesse  $I$ , il tasso di interesse periodale  $j_I$  ed il tasso di sconto periodale  $j_S$  dell'operazione.

Ipotizzando una sottostante legge finanziaria esponenziale, indica il tasso di interesse annuo  $i$  ed il tasso di interesse trimestrale  $i_4$  equivalenti al tasso  $j_I$  prima determinato, esprimendoli in forma percentuale.

Ipotizzando una sottostante legge finanziaria lineare, indica il tasso di interesse annuo  $i$  ed il tasso di interesse trimestrale  $i_4$  equivalenti al tasso  $j_I$  prima determinato, esprimendoli in forma percentuale.

**Esercizio 98**

Si consideri l'operazione finanziaria  $\mathbf{x}/\mathbf{t} = \{x_0, x_1, x_2\} / \{t_0, t_1, t_2\}$ , dove  $\mathbf{x} = \{-100, 60, 42\}$  euro e  $\mathbf{t} = \{0, 6, 12\}$  mesi. Si calcoli il tasso interno di rendimento di tale attività finanziaria e lo si esprima su forma percentuale e su base annua.

Si calcoli il valore  $\Delta x_1$  da aggiungere ad  $x_1$ , affinché  $\{x_0, x_1 + \Delta x_1, x_2\}/\mathbf{t}$  presenti tasso interno di rendimento in base annua pari al tasso  $i^*$  sopra calcolato aumentato di 0.5 punti percentuali.

**Esercizio 99**

Ad un imprenditore viene proposto un prestito di 11 000 euro, da rimborsarsi in due rate semestrali rispettivamente di  $R_1 = 5\,500$  ed  $R_2 = 7\,000$  euro. Si calcoli il tasso interno di rendimento in base annua  $i^*$  del finanziamento proposto.

Giudicando troppo oneroso lo scambio, il nostro imprenditore vuole contrattare una diminuzione della seconda rata. Se il suo obiettivo è quello di portare il tasso interno di rendimento annuo del finanziamento al 10%, quale è la diminuzione  $\Delta$  che deve riuscire a spuntare? Nel caso ci riesca, quale sarebbe la scomposizione della seconda rata in quota capitale  $C_2$  e quota interesse  $I_2$ ?

**Esercizio 100**

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per una somma  $S = 100\,000$  euro, da restituirsì secondo un ammortamento in 4 rate semestrali posticipate con TAN del 4.04%. L'ammortamento prescelto è di tipo non standard e prevede che:

- la prima rata sia di preammortamento,
- la quota capitale della seconda rata sia 10 000 euro,
- la terza rata sia 40 000 euro.

Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 101**

Si consideri l'investimento di  $S = 11\,000$  euro al tasso annuo composto  $i = 9\%$ . Si determini il numero di anni  $t$  necessario affinché l'interesse prodotto dall'investimento sia la metà della somma iniziale.

Si assuma ora che il tasso annuo  $i$  sia semplice anziché composto. Si calcoli di nuovo il tempo necessario affinché l'interesse prodotto sia la metà della somma iniziale.

**Esercizio 102**

Si consideri l'operazione finanziaria di acquisto al tempo  $t = 0$  e al prezzo  $P = 99.5$  euro di un TCF a un anno, con cedola semestrale, tasso nominale annuo del  $6\%$  e valore facciale  $C = 100$  euro; se ne calcoli il tasso interno di rendimento  $i^*$ , esprimendolo in forma percentuale e in base annua.

Si determini quindi quale incremento di prezzo  $\Delta P$  occorre applicare, al fine di ottenere un tasso interno di rendimento in base annua del  $2\%$ . Considerando infine l'operazione di acquisto del TCF al prezzo  $P + \Delta P$ , se ne calcoli il valore montante  $M$  e il valore residuo  $V$  al tempo  $T = 11$  mesi, secondo la legge esponenziale di tasso annuo il  $2\%$ .

**Esercizio 103**

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per una somma  $S = 100\,000$  euro, da restituirsene secondo un ammortamento in 4 rate semestrali posticipate al tasso annuo composto  $i = 4.04\%$ . L'ammortamento prescelto è di tipo non standard e prevede che:

- la prima rata sia di preammortamento,
- la seconda sia  $10\,000$  euro,
- la quota capitale dell'ultima rata sia  $40\,000$ .

Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 104**

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per una somma  $S = 120\,000$  euro, da restituirsene secondo un ammortamento in 4 rate semestrali posticipate con TAN del  $4.04\%$ . L'ammortamento prescelto è di tipo non standard e prevede che:

- la prima rata sia di preammortamento,
- la quota interesse della terza rata sia  $1\,200$  euro,
- le ultime due rate siano uguali tra loro. Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 105**

Si consideri la seguente operazione finanziaria:  $\mathbf{x} = \{-2\,000, x, 2x, 3x\}$  euro, sullo scadenziario  $t = \{0, 1, 2, 3\}$  semestri; sapendo che il suo tasso interno di rendimento è pari al  $3\%$  annuo si calcoli l'importo  $x$ .

Si calcoli poi il valore complessivo dell'operazione al tempo  $t = 7$  mesi secondo la stessa legge di equivalenza finanziaria, e lo si decomponga in montante e valore residuo.

**Esercizio 106**

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per un importo  $S = 180\,000$ , da restituirsene secondo un ammortamento non standard in 5 rate semestrali posticipate con TAN del  $4\%$ . Compilare il piano di ammortamento sapendo che:

- la prima rata è di preammortamento;
- la terza quota capitale ammortizza un terzo dell'intero prestito;
- le rimanenti quote capitale sono uguali tra loro.

**Esercizio 107**

Si consideri il prestito di una somma  $S = 2\,500$  euro, che viene restituito in due rate trimestrali di  $R = 1\,290$  euro l'una. Si calcoli il tasso interno di rendimento  $i^*$  dell'operazione finanziaria e lo si esprima in forma percentuale e in base annua.

Si assuma ora che, a fronte del prestito della stessa somma, il rimborso venga effettuato in unica soluzione dopo un anno. Si determini l'importo da restituire  $C$ , in modo che il tasso interno di rendimento di questa nuova operazione sia ancora  $i^*$ .

Si calcoli infine il tasso interno di rendimento  $i_1^*$  del prestito di  $2S$  euro, rimborsato in tre rate: la prima di  $R$  euro dopo tre mesi, la seconda  $R$  euro dopo sei mesi e la terza di  $C$  euro dopo un anno.

**Esercizio 108**

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per una somma  $S = 150\,000$  euro, da restituirsene secondo un ammortamento composto da 3 rate semestrali posticipate con tasso interno di rendimento  $i^* = 8\%$ . L'ammortamento prescelto è di tipo non standard e prevede che:

- il debito residuo dopo il pagamento della seconda rata sia di  $40\,000$  euro,
- la prima rata sia di  $50\,000$  euro.

Si compili il piano di ammortamento.

**Esercizio 109**

Si consideri l'investimento di una somma  $S = 1\,500$  euro; sapendo che il capitale investito raddoppia dopo 9 anni, si calcoli il tasso interno di rendimento esprimendolo in forma percentuale e su base annua.

Si consideri l'investimento della stessa somma per 18 anni; sapendo che il montante è pari a  $5\,000$  euro si calcoli il tasso interno di rendimento esprimendolo in forma percentuale e su base annua.

Si calcoli infine il tasso interno di rendimento dell'operazione  $\mathbf{x}$ , somma delle due precedenti.

**Esercizio 110**

Si consideri l'investimento di una somma  $S$  euro in interessi semplici al tasso annuo  $i = 4\%$ . Sapendo che l'interesse maturato in 5 anni è  $I = 250$  euro, calcolare la somma iniziale  $S$ .



Nell'ipotesi che l'investimento sia regolato da interessi composti, anziché semplici, con lo stesso tasso annuo, si determini la somma  $S'$  necessaria per produrre lo stesso interesse nello stesso periodo di tempo.

Si consideri quindi l'investimento di  $S''$  euro in una rendita francese di rata semestrale  $I$  e maturità 5 anni; si determini la somma  $S''$  in modo che l'operazione di investimento sia equa secondo la legge esponenziale di tasso annuo  $i$ .

### Esercizio 111

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per una somma  $S = 100\,000$  euro al tasso annuo composto  $i = 6\%$ , da restituirsi in 3 rate trimestrali posticipate secondo un ammortamento non standard, in cui la prima rata è  $R_1 = 3000$  euro e la quota capitale dell'ultima rata è  $C_3 = 4000$  euro. Si compili il piano d'ammortamento.

### Esercizio 112

Si consideri un individuo che vuole accendere un mutuo per una somma  $S = 100\,000$  euro, da restituirsi secondo un ammortamento in 4 rate semestrali posticipate. L'ammortamento prescelto è di tipo non standard e prevede che ciascuna quota capitale sia il 110% di quella precedente. Il tasso interno di rendimento del mutuo è  $i^* = 8\%$ . Si compili il piano di ammortamento.

### Esercizio 113

L'acquisto di un'automobile (costo: 48 000€) può essere effettuato con rate mensili  $R$ , più una maxi-rata finale pari a 10 000€. Il tasso del finanziamento è fissato a  $i = 8.5\%$ . Se un acquirente non può permettersi di pagare una rata  $R$  superiore a 600€ mensili (potendosi però permettere la maxi-rata finale) quanto deve durare l'ammortamento, come minimo, per permettere l'acquisto? E quale sarebbe in tal caso la rata?

### Esercizio 114

Un'impresa ha necessità di un finanziamento di 35 000 euro, da rimborsarsi con gli interessi dopo un anno e 9 mesi e si rivolge a due istituti di credito.

- La *Banca della Padania*, che le propone una soluzione che prevede un interesse di 5 000 euro.
- La *Banca della Magna Grecia*, che le propone un tasso annuo semplice del 5.5% in base annua.

Si determini anzitutto il tasso interno di rendimento di entrambe le proposte, esprimendolo in forma percentuale e in base annua.

Si indichi poi quale delle due opportunità dovrebbe scegliere l'imprenditore, motivando adeguatamente la risposta.

Indipendentemente dal risultato dell'analisi, l'imprenditore decide, per motivi personali, di rivolgersi alla *Banca della Padania*, ma contratta una diversa durata  $T$  del prestito, in modo che, fermi restando l'importo del finanziamento e l'interesse, il tasso interno di rendimento dell'operazione a queste nuove condizioni sia del 4% in base annua. Si determini  $T$  e lo si esprima in anni.

### Esercizio 115

La sig.ra Bianchi possiede due rendite a rata costante.

- La rendita  $r$  è immediata, a rata costante trimestrale anticipata e prevede 11 rate di  $R = 100$  euro.
- La rendita  $r'$  è a rata costante posticipata annuale di  $R' = 10$  euro, differita di 5 anni e perpetua.

In riferimento ad una legge esponenziale di intensità istantanea di interesse  $0.021 \text{ anni}^{-1}$ , si calcolino anzitutto i valori delle due rendite.

La sig.ra Bianchi decide di vendere le due rendite al prezzo  $P = W(0, r) + W(0, r')$ . Si determini il tasso interno di rendimento  $i^*$  dell'operazione di vendita al tempo zero e al prezzo  $P$  di  $r + r'$ , esprimendolo in forma percentuale e in base annua, spiegando il procedimento usato per determinare il risultato.

Si calcoli infine il valore  $W$  al tempo  $t = 6$  mesi dell'operazione finanziaria di vendita e lo si scomponga in valore montante  $M$  e valore residuo  $V$ .

### Esercizio 116

La banca *F.lli Rossi* sta progettando un'operazione finanziaria particolare per un cliente, che prevede il vettore dei pagamenti  $x = \{-99, a, 2.2, a, 102.2\}$  sullo scadenziario  $t = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  anni, con  $a$  parametro da definire. Si calcoli anzitutto il tasso interno di rendimento  $i^*$  nell'ipotesi  $a = 0$  e lo si esprima in forma percentuale e in base annua. Si determini poi, secondo la legge esponenziale individuata da  $i^*$ , il valore  $W$  dell'operazione finanziaria in  $t = 1.5$  e lo si scomponga in valore montante  $M$  e valore residuo  $V$ .

Giudicando poi inadeguato il valore montante così determinato, la banca decide di fissare un valore  $a \neq 0$ , in modo che l'operazione finanziaria così modificata abbia un valore montante in  $t = 1.5$  di  $M' = -98$  secondo la stessa legge esponenziale. Si determini il valore di  $a$  che realizza il proposito.

## Soluzione di alcuni esercizi

1.  $j = 8.4\%$ ,  $i^* = 6.66537\%$ ,  $j_B = 8.875\%$ ,  $i_B^* = 7.03912\%$ , sceglierà la Banca Verde perché, a parità di somma prestata e di durata del prestito, gli applica un tasso (periodale o, equivalentemente, interno di rendimento) più basso.

3.  $S = 139\,376.76$ .

4.  $T = 7$  anni e 4 mesi,  $T' = 6$  anni e 8 mesi, si rivolgerà alla prima banca. Convenzione dei giorni: 30/360.

5.  $W = 1\,518.84$ ,  $i^* = 5.12711\%$ ,  $M = -1\,344.758$ ,  $V = 1\,344.758$  (la rata pagata nell'istante di valutazione è stata compresa nel valore montante).

6.  $S = 57\,959.68$ .

7.  $j_V = 25\%$ ,  $T_V = 7$  anni, 6 mesi e 18 giorni,  $j_G = 25\%$ ,  $T_G = 6$  anni e 3 mesi, sceglie il conto Giallo. Convenzione dei giorni: 30/360.

8.  $i^* = 11.050787\%$ ,  $M = 10\,400$  euro,  $V = -10\,618.08$  euro: l'operazione modificata non è equa perché  $M \neq -V$ .

9.  $S = 348\,685.20$ , che si ha per  $C_4 = 100\,000$  (il massimo),  $C_3 = C_4/110\%$ ,  $C_2 = C_3/110\%$ ,  $C_1 = C_2/110\%$ .

$k$	$R_k$	$C_k$	$I_k$	$D_k$
0	0.00	0.00	0.00	348 685.20
1	96 052.59	75 131.48	20 921.11	273 553.72
2	99 057.85	82 644.63	16 413.22	190 909.09
3	102 363.64	90 909.09	11 454.55	100 000.00
4	106 000.00	100 000.00	6 000.00	0.00

10.  $T = 5.3$  anni,  $i^* = 3.5\%$ ,  $T' = 4.878$  anni,  $i'^* = 3.808\%$ , sceglie Banca Verdi, perché otterrà lo stesso importo a scadenza in meno tempo.

11.  $i_{BTP} = 5.8573\%$ ,  $i_{Bund} = 1.5000\%$ , spread = 4.36% = 436 pb.

13.  $T_C = 6.14$  anni,  $T_{SC} = 4.52$  anni.

18.  $R_3 = 129\,649.15\text{€}$ .

20.  $i^* = 15.47\%$ ,  $U_8 = 2517.87$ .

22.  $I_1 = 2\,400$ ,  $I_2 = 1\,928.2$ ,  $T_1 = 6$  anni, 11 mesi e 10 giorni,  $T_2 = 8$  anni e 10 giorni. Convenzione dei giorni: 30/360.

26.  $I = 53.22$ ;  $i_1^* = 4.679\%$ ;  $P_2 = 1\,000$ .

27.  $R_3 = 10869.06$ ;  $R_4 = 17044.24$ .

29.  $i^* = 4.06\%$ ;  $I = 14.83$ ;  $W = 2009.88$ .

30. 1)  $S_{\max} \simeq 5275\text{€}$ . 2)  $C_1 = 430.9$ . 3)  $S_{\max} \simeq 5\,175\text{€}$ . 4)  $C_1 = 431.27$ .

31.  $i_A^* \simeq 2.638\%$ ;  $i_B^* \simeq 2.15\%$ ;  $R_B = 66\,395.83$ . La banca finanzia  $A$ .

32.  $i^* = 2.5156\%$ ,  $V = 100.8316$ ,  $M = -100.8316$ .

35.  $M \approx -743.36$ ;  $V \approx 715.20$ .

39.  $T_1 = 9.13$  anni;  $T_2 = 16.13$  anni.

40.  $i_{TCN}^* = 2.03\%$ ;  $i_{TCF}^* = 3.03\%$ ;  $i_{TCN+TCF}^* = 2.69\%$ .

41. Poiché  $R_1 = R_2$  e  $R_3 = R_4 = \frac{1}{2}R_1$ , la condizione di equità in zero è  $S = R_1(v + v^2 + \frac{1}{2}v^3 + \frac{1}{2}v^4)$ , dove  $v$  è il fattore di sconto semestrale, da cui si ricava  $R_1$ . Lo sviluppo del piano è:

$k$	$R_k$	$C_k$	$I_k$	$D_k$
0				90 000.00
1	30 972.36	29 632.34	1 340.02	60 367.66
2	30 972.36	30 073.55	898.81	30 294.11
3	15 486.18	15 035.13	451.05	15 258.99
4	15 486.18	15 258.99	227.19	0.00

42.  $T_A = 1.57$  anni;  $T_B = 1.4$  anni;  $i_A^* = 4.5\%$ ;  $i_B^* = 5.05\%$ ; conviene scegliere  $B$  che remunera meglio l'investimento in termini di t.i.r.

46.  $i^* = 7.83\%$ ,  $M = 200.86$ ,  $V = -206.42$ .

47. Importi in migliaia di euro:

$k$	$R_k$	$C_k$	$I_k$	$D_k$
0				130.000
1	29.210	26.000	3.210	104.000
2	28.568	26.000	2.568	78.000
3	40.000	38.074	1.926	39.926
4	40.912	39.926	0.986	0.000

49.  $R = 7947.02$ ;  $V_1 = -143154.9$ ;  $V_1' = -136766$ .

51.  $i^* \approx 1.7\%$ ;  $T' \approx 1.86$  anni.

52.  $x = \{100, 100\}$ ,  $t = \{1, 2\}$  anni,  $i^* = 7.32123\%$ ,  $V = 93.178211$ ,  $M = -93.178211$ .

55.  $x_2 = 44380\text{€}$ .  $V = 108147.13$ ,  $M = -108147.13$ .

57. Rendimenti composti: 0.81% e 0.75%.

58.  $W = 63121.41$ .

60.  $T_S = 3$  anni.  $T_C = 2.63$  anni. Sceglie la modalità 2.

61.  $S_{\max} = 47634.99$ .

63.  $i_{Bund}^* = 7.85\%$ ;  $i_{BTP}^* = 10.7\%$ ;  $P = 96.8$ .

65. Sceglierà gli interessi semplici, che richiedono  $T = 3$  anni e 4 mesi (quelli composti richiedono  $T = 3$  anni e 6 mesi).

67.  $R_1 = 20701.52$ .

69.  $x_1 = 3.587\text{ k€}$ ,  $x_4 = 106.7\text{ k€}$ ,  $M = 118.64\text{ k€}$ ,  $V = -M$ .

72.  $R_2 \simeq 35\,780\text{€}$ .

77.  $x_2 = 5565.13 + 117.41$ ;  $x_5 = 11741 + 117.41$ .

79.  $S = 4\,116.24$ , t.i.r. = 5.96903%.

80.  $W = 172\,692$ ;  $W' = 174\,252$ ;  $V = 172\,377.4$ .

81.  $S_{\max} = 4128.44$ .

83.  $V = 49721.31$ ;  $M = -V$ ;  $x_{0.5} = 709.56$ ;  $x_{30} = 12\,542.09$ .

87.  $S = 7213.27$ .

88.  $I = 4\,398.91\text{€}$ .  $T \simeq 20.6$  anni.

89. 84 BTP.

90.  $S_{\max} = 37424.58$ .

94.  $W_1 \approx 4572.8$ ;  $W_2 \approx 4520.0$ ;  $M \approx -2774.8$ ;  $V \approx 2830.8$ .

96.  $i^* = 6.616778\%$ ,  $W = 0$  (definizione di t.i.r.)  $V = 200$ ,  $M = -200$ .

98.  $i^* = 2.86\%$ ;  $\Delta x_1 = 0.35$ .

99.  $i^* = 17.935\%$ ;  $\Delta \approx 668$  euro;  $C_2 \approx 5672$ ;  $I_2 \approx 660$ .

103. Sviluppo del piano di ammortamento (importi in migliaia di euro):

$k$	$R_k$	$C_k$	$I_k$	$D_k$
0				100.00
1	2.00	0.00	2.00	100.00
2	10.00	8.00	2.00	92.00
3	53.84	52.00	1.84	40.00
4	40.08	40.00	0.80	0.00

105.  $x = 345.0079$  euro,  $W(7 \text{ mesi}, \mathbf{x}) = 0$  (equità),  $M(7 \text{ mesi}, \mathbf{x}) = -1\,688.9255$ ,  $V(7 \text{ mesi}, \mathbf{x}) = +1\,688.9255$  (equità).

109. Prima operazione: t.i.r. = 8.00597% annuo; seconda operazione: t.i.r. = 6.91751% annuo; operazione somma: t.i.r. = 7.29408% annuo.

110.  $S = 1\,250\text{€}$ .  $S' = 1\,153.2\text{€}$ .  $S'' = 2\,247.95\text{€}$ .

111. Sviluppo del piano di ammortamento:

$k$	$R_k$	$C_k$	$I_k$	$D_k$
0				100 000.00
1	3 000.00	1 532.62	1 467.38	98 467.38
2	95 912.28	94 467.38	1 444.90	4 000.00
3	4 058.70	4 000.00	58.70	0.00

112. Per l'equità deve essere  $S = C_1 + 1.1C_1 + 1.1^2C_1 + 1.1^3C_1$ , da cui si ricava  $C_1$ . Sviluppo del piano di ammortamento:

$k$	$R_k$	$C_k$	$I_k$	$D_k$
0				100 000.00
1	25 470.13	21 547.08	3 923.05	78 452.92
2	26 779.53	23 701.79	3 077.75	54 751.13
3	28 219.88	26 071.97	2 147.91	28 679.16
4	29 804.26	28 679.16	1 125.10	0.00

113.  $T = 99$  mesi.  $R = 597.4\text{€}$ .

114.  $i_{(a)}^* = 7.9290254\%$ ,  $i_{(b)}^* = 5.3914766\%$ ; sceglie l'opportunità (b), perché ha t.i.r. più basso a parità di somma erogata e di durata del finanziamento;  $T = 3.4046$  anni (3 anni e 5 mesi circa).

115.  $W(0, \mathbf{r}) = 1\,071.65$  euro,  $W(0, \mathbf{r}') = 424.24$  euro;  $i^* = e^{0.021} - 1 = 2.1222\%$ :  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  sono eque secondo la

stessa legge esponenziale e anche  $-\mathbf{y}$  è equa secondo la stessa legge esponenziale, quindi  $\mathbf{x} - \mathbf{y} = \mathbf{x} + (-\mathbf{y})$  è equa secondo quella legge esponenziale, il cui tasso annuo è il t.i.r. richiesto;  $W = 0$  euro,  $M = 1\,210.10$  euro,  $V = -1\,210.10$ .

116.  $i^* = 1.35112\%$ ,  $W = 0$ ,  $M = -101.013$ ,  $V = 101.013$ ;  $a = 2.993$ .

- Questo testo è fornito per uso personale degli studenti. Viene reso disponibile in forma preliminare, a supporto della preparazione dell'esame di Matematica Finanziaria.
- Sono consentite la riproduzione e la circolazione in formato cartaceo o elettronico ad esclusivo uso scientifico, didattico o documentario, purché il documento non venga alterato in alcun modo sostanziale, ed in particolare mantenga le corrette indicazioni di data, paternità e fonte originale.
- Non è consentito l'impiego di detto materiale a scopi commerciali se non previo accordo.
- È gradita la segnalazione di errori o refusi.

© Claudio Pacati e Roberto Renò.