Formulario di matematica finanziaria

ammesso alle prove scritte di esame

PARTE I

Legge esponenziale

Relazioni fra le grandezze annue della legge esponenziale:

$$v = \frac{1}{1+i} \ , \qquad \delta = \log(1+i) \ , \qquad d = 1 - v \ .$$

Fattore di sconto

i tasso annuo composto, t e s in anni

$$v(t,s) = (1+i)^{-(s-t)}$$

Grandezze equivalenti

q è il fattore di cambio di unità di misura dei tempi

$$i' = (1+i)^{1/q} - 1 \ , \qquad \delta' = \frac{1}{q}\delta \ ,$$
$$v' = v^{1/q} \ , \qquad d' = 1 - (1-d)^{1/q} \ .$$

Legge lineare

Fattore di sconto

i tasso annuo semplice, t e s in anni

$$v(t,s) = [1 + (s-t)i]^{-1}$$

Tassi equivalenti

q è il fattore di cambio di unità di misura dei tempi

$$i' = \frac{1}{q} i \ .$$

Rendite

Valore in zero di una rendita a rata annuale costante $R = 1$ secondo la legge esponenziale di tasso annuo $i > 0$. $m \geq 0$ indica la durata in anni della rendita (se temporanea).

$$a_{\overline{m}|i} = \frac{1 - (1+i)^{-m}}{i} \ , \qquad a_{\overline{\infty}|i} = \frac{1}{i} \ ,$$
$$\ddot{a}_{\overline{m}|i} = (1+i) a_{\overline{m}|i} = \frac{1 - (1-d)^m}{d} \ , \qquad \ddot{a}_{\overline{\infty}|i} = (1+i) a_{\overline{\infty}|i} = \frac{1}{d} \ .$$

Ammortamenti a rata posticipata

Ammortamento al tasso annuo composto $i > 0$ di una somma $S > 0$, di durata m anni. Per ogni anno k, R_k è la rata di quell'anno, C_k la quota capitale, I_k la quota interesse, $M_k = D_k$ il debito residuo.

Ammortamento francese ($R_k = R$ costante)

$$R = \frac{S}{a_{\overline{m}|i}} \ , \qquad C_k = R v^{m-k+1} \ ,$$
$$I_k = R\left(1 - v^{m-k+1}\right) \ , \qquad M_k = D_k = R a_{\overline{m-k}|i} \ .$$

Ammortamento italiano ($C_k = C$ costante)

$$R_k = C[1 + i(m-k+1)] \ , \qquad C = \frac{S}{m} \ ,$$
$$I_k = iC(m-k+1) \ , \qquad M_k = D_k = C(m-k) \ .$$

PARTE II

Relazioni fra grandezze della struttura per scadenza

Per ogni $t \leq T \leq s$,

$$i(t,s) = \left[\frac{1}{v(t,s)}\right]^{\frac{1}{s-t}} - 1 \ , \quad i(t,T,s) = \left[\frac{1}{v(t,T,s)}\right]^{\frac{1}{s-T}} - 1 \ ,$$
$$h(t,s) = -\frac{\log v(t,s)}{s-t} \ , \qquad h(t,T,s) = -\frac{\log v(t,T,s)}{s-T} \ ,$$
$$v(t,s) = e^{-\int_t^s \delta(t,u)\,du} \ , \qquad v(t,T,s) = e^{-\int_T^s \delta(t,u)\,du} \ ,$$
$$\delta(t,s) = -\frac{\partial}{\partial s} \log v(t,s) \ .$$

Legge di sconto commerciale

Fissato $k > 0$, per ogni $t \leq s$ con $s - t < 1/k$,

$$v(t,s) = 1 - (s-t)k$$

Duration di una rendita in struttura piatta

Data una rendita $\boldsymbol{r}$ a rata annuale costante, immediata, posticipata di durata $m \geq 0$ e una legge di valutazione esponenziale.

$$D(0,\boldsymbol{r}) = \frac{d_{\overline{m}|i}}{a_{\overline{m}|i}} = \frac{1+i}{i} - \frac{m}{(1+i)^m - 1} \ ,$$
$$d_{\overline{m}|i} = \frac{v}{1-v}\left(\frac{1-v^m}{1-v} - m v^m\right) \ .$$

Tassi di interest rate swap

Tasso di interest rate swap a m anni con periodicità annuale del tasso fisso.

$$i_{\mathrm{sw}}(t;m) = \frac{1 - v(t,t+m)}{\sum_{k=1}^{m} v(t,t+k)} \ .$$

PARTE III

Allocazione di portafoglio

Allocazione con varianza minima di un portafoglio formato da due titoli.

$$w_1^* = \frac{V_2 - \rho\sqrt{V_1 V_2}}{V_1 + V_2 - 2\rho\sqrt{V_1 V_2}} \ .$$
$$w_2^* = 1 - w_1^* \ .$$

SPAZIO LIBERO

v. 19 settembre 2018